

Objectif. Passer d'une situation à une fonction, choisir une représentation efficace, résoudre puis interpréter. Réinvestir fonctions affines et de référence, variations, signes, équations et inéquations.

Conseils. Introduire la variable et son domaine. Avant de calculer, identifier la question : image, antécédent, comparaison ou optimisation. Terminer par une conclusion dans le contexte. Les exercices *** demandent une prise d'initiative.

A — Réactivation et automatismes contextualisés

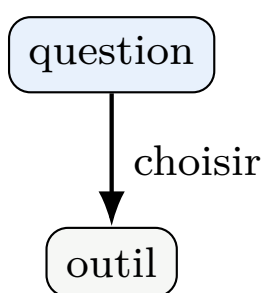
① ★ [MOD, COM]

Dans chaque situation, préciser la variable, son domaine naturel et la grandeur qui dépend d'elle.

1. prix d'une sortie selon le nombre de participants ;
2. hauteur d'eau selon le temps de remplissage ;
3. aire d'un carré selon la longueur de son côté ;
4. distance d'un point à 5 sur une droite graduée.

② ★ [REP, RAI]

Associer chaque question à l'outil le plus efficace : *formule, graphique, tableau de valeurs, signe d'une différence, tableau de variations.*



- a) calcul exact ;
- b) lecture rapide ;
- c) comparer deux offres ;
- d) tester plusieurs entiers ;
- e) chercher une meilleure valeur.

③ ★ [CAL]

On considère $f : x \mapsto 2x+5$, $g : x \mapsto x^2$ et $h : x \mapsto |x-3|$. Calculer $f(-2)$, $g(-3)$, $h(8)$, puis résoudre $f(x) = 11$, $g(x) = 16$ et $h(x) = 2$.

④ ★ [REP, COM]

Traduire par une phrase adaptée au contexte.

1. $P(12) = 23,20$, où $P(x)$ est le prix en euros d'une course de x km.
2. $T(6) = 18$, où $T(t)$ est la température en degrés Celsius à l'heure t .
3. $B(x) \geq 0$, où $B(x)$ est un bénéfice.

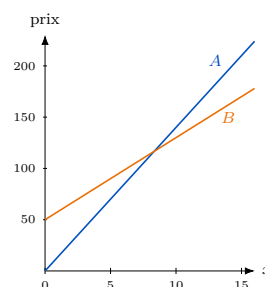
⑤ ★ [CAL, REP]

Un club propose $A(x) = 14x$ et $B(x) = 50 + 8x$, pour $x \in \mathbb{N}$. Compléter le tableau puis conjecturer le premier entier pour lequel $B(x) < A(x)$.

x	4	6	8	9	12
$A(x)$					
$B(x)$					

⑥ ★ [REP, RAI]

Les deux droites représentent les tarifs A et B de l'exercice 5. Lire graphiquement le tarif le moins cher pour $x = 5$, $x = 10$, puis estimer le seuil de changement.



⑦ ★ [MOD]

Choisir le domaine le plus pertinent.

1. nombre de places vendues dans une salle de 300 places ;
2. temps écoulé pendant une expérience de 12 minutes ;
3. longueur d'un côté d'un rectangle de périmètre 24 cm ;
4. température extérieure au cours d'une journée.

⑧ ★ [RAI, COM]

Vrai ou faux ? Justifier en une phrase.

1. Toute solution d'une équation est acceptable dans le contexte.
2. Un graphique fournit toujours une valeur exacte.
3. Comparer $f(x)$ et $g(x)$ revient à étudier $f(x) - g(x)$.
4. Un maximum dépend de l'intervalle étudié.

⑨ ★ [CAL]

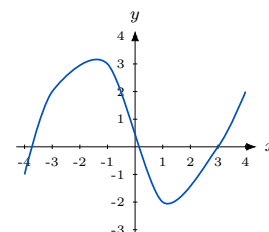
Factoriser puis étudier mentalement le signe :

$$x^2 - 5x + 6, \quad x^2 - 9, \quad 4x^2 - 12x.$$

En déduire les solutions de $x^2 - 5x + 6 = 0$.

⑩ ★ [REP]

À partir de la courbe : lire $f(-3)$, les antécédents de 2, le signe de f , les intervalles de variation et les extremums.



B — Applications directes : modéliser, choisir, interpréter

⑪ ★ [MOD, CAL, COM]

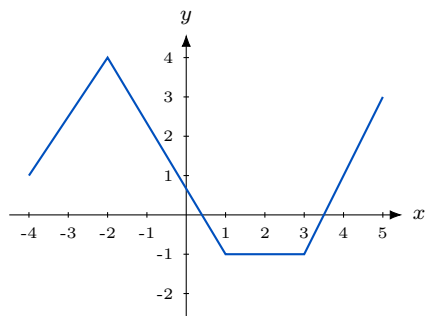
Un taxi facture 4 euros de prise en charge puis 1,60 euro par kilomètre.

1. Définir la fonction prix P et préciser son domaine.

- Calculer $P(12)$, puis interpréter.
- Résoudre $P(x) = 28$ et conclure.

12 ** [REP, RAI, COM]

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-4; 5]$.



Lire $f(0)$, les antécédents de -1 , le maximum, le minimum, les variations, puis résoudre graphiquement $f(x) \geq 1$.

13 * [MOD, CAL, COM]

Deux salles de sport proposent :

$$A(x) = 22x, \quad B(x) = 75 + 14x,$$

où $x \in \mathbb{N}$ est le nombre de séances. Comparer les deux formules et indiquer à partir de combien de séances B est strictement moins chère.

14 ** [MOD, RAI]

Un parking propose $P(x) = 2,5x$ et un abonnement $A(x) = 18 + 1,2x$, pour $x \in \mathbb{N}$.

- Comparer les prix pour $x = 6$ et $x = 15$.
- Résoudre $A(x) \leq P(x)$.
- Donner le premier nombre entier de stationnements rendant l'abonnement avantageux.

15 * [MOD, CAL]

Un réservoir contient 120 L et reçoit 18 L par minute.

- Modéliser le volume $V(t)$.
- Calculer le volume après 7 minutes.
- Déterminer quand le volume atteint 300 L.
- Le modèle est-il valable sans limite? Expliquer.

16 ** [REP, RAI, COM]

Une fonction g définie sur $[-3; 6]$ a le tableau de variations suivant.

x	-3	1	4	6
$g(x)$	-2	5	1	3

Donner ses extremums, comparer $g(0)$ et $g(1)$, puis encadrer $g(x)$ pour $x \in [4; 6]$.

17 * [MOD, REP]

Sur une route, un point M d'abscisse x doit rester à moins de 2 km d'une borne d'abscisse 5. Traduire par une valeur absolue, résoudre et représenter l'ensemble des positions possibles sur une droite graduée.

18 ** [REP, CAL, RAI]

On compare $f(x) = x^2$ et $g(x) = 3x + 4$.

- Résoudre $f(x) = g(x)$ en factorisant $x^2 - 3x - 4$.
- Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
- En déduire les positions relatives des deux courbes.

19 ** [MOD, CAL, COM]

Le bénéfice, en centaines d'euros, d'une petite production de x objets est $B(x) = -(x-8)(x-20)$, pour $x \in \{0, 1, \dots, 25\}$. Déterminer les productions rentables et interpréter les valeurs 8 et 20.

20 ** [MOD, CAL, REP]

Un rectangle a un périmètre de 24 cm. On note x la longueur d'un côté.

- Montrer que son aire est $A(x) = x(12-x)$ et préciser le domaine.
- Compléter un tableau de valeurs pour $x = 1, 2, \dots, 6$.
- Conjecturer la plus grande aire.

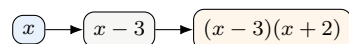
21 * [RAI, COM]

Pour chaque question, choisir un registre et expliquer le choix.

- calculer exactement $f(2)$;
- estimer un seuil sur une courbe;
- comparer deux tarifs pour tout x ;
- chercher le meilleur entier parmi vingt possibilités;
- justifier un maximum sur un intervalle.

22 ** [REP, CAL]

Un programme prend un nombre x , soustrait 3, puis multiplie par $x + 2$.



Écrire la fonction obtenue, résoudre $f(x) = 0$, puis déterminer où $f(x) \geq 0$.

C — Entraînement approfondi : choisir et justifier

23 ** [RAI, COM]

Lina compare $A(x) = 12x$ et $B(x) = 45 + 7x$ et écrit :

$$12x < 45 + 7x \iff x < 9.$$

Identifier l'erreur, corriger la résolution et rédiger la conclusion lorsque $x \in \mathbb{N}$.

24 ** [CAL, REP, RAI]

Étudier le signe de

$$Q(x) = \frac{(2x-5)(x+1)}{x-4}.$$

Déterminer d'abord le domaine, construire un tableau de signes avec tkz-tab, puis résoudre $Q(x) \leq 0$.

25 ** [MOD, RAI, COM]

Une navette comporte 52 places et coûte 180 euros à louer. Chaque participant verse 5 euros.

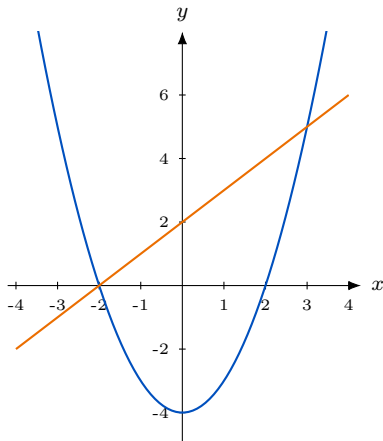
- Définir la recette et le bilan financier selon le nombre entier n de participants.
- Déterminer le nombre minimal de participants pour ne pas perdre d'argent.
- Expliquer pourquoi une solution réelle doit être adaptée au contexte discret.

26 ** [MOD, RAI]

À partir de 8 h, un modèle donne la température $T(t) = 12 + 1,5t$, où t est le nombre d'heures écoulées. Le modèle prévoit-il raisonnablement la température à 20 h ? à 80 h ? Discuter le domaine de validité sans calcul excessif.

27 ** [REP, CAL, RAI]

On considère $f(x) = x^2 - 4$ et $g(x) = x + 2$.



Lire les intersections, les vérifier algébriquement, puis résoudre $f(x) \leq g(x)$.

28 ** [REP, RAI, COM]

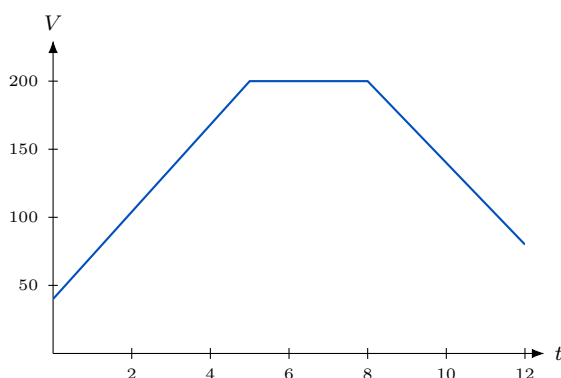
Une courbe passe par les points du tableau :

x	0	2	4	6	8
$f(x)$	1	3	2	5	4

Peut-on en déduire avec certitude les variations de f sur $[0; 8]$? Expliquer, puis dessiner deux courbes possibles donnant des réponses différentes.

29 ** [MOD, REP, RAI]

Un réservoir est rempli puis vidé. Son volume $V(t)$, en litres, est représenté ci-dessous.



Décrire chaque phase, déterminer les intervalles où $V(t) \geq 150$, puis proposer une formule affine pour la phase de vidange.

30 ** [RAI, COM]

Un élève affirme : « Pour comparer deux fonctions, il suffit toujours de regarder leur graphique. » Donner un exemple où le graphique est efficace, puis un exemple où un calcul exact est préférable.

31 ** [MOD, CAL, RAI]

Pour le rectangle de périmètre 24 cm, montrer que

$$A(x) = x(12 - x) = 36 - (x - 6)^2.$$

En déduire, sans tableau de valeurs complet, l'aire maximale et les dimensions correspondantes.

32 ** [MOD, CAL, COM]

Une distance de freinage est modélisée par $d(v) = \frac{v^2}{200}$, où v est en km/h et $d(v)$ en mètres.

1. Comparer $d(50)$, $d(70)$ et $d(100)$.
2. Résoudre $d(v) \leq 32$ pour $v \geq 0$.
3. Interpréter et discuter brièvement les limites du modèle.

33 ** [RAI, COM]

Noé résout $\frac{x+2}{x-3} = 1$ ainsi :

$$x + 2 = x - 3 \iff 2 = -3, \quad \mathcal{S} = \emptyset.$$

Sa conclusion est correcte. Qu'a-t-il pourtant oublié d'indiquer ? Rédiger une solution complète.

34 ** [MOD, REP, RAI]

On observe la distance parcourue par deux mobiles :

t	0	1	2	3	4
$A(t)$	0	3	6	9	12
$B(t)$	0	1	4	9	16

Proposer une fonction pour chaque mobile, comparer les distances et préciser ce que le tableau seul permet ou ne permet pas d'affirmer entre deux instants.

D — Synthèse, problèmes et prises d'initiative

35 *** [MOD, RAI, COM]

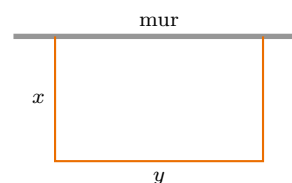
Deux forfaits de téléphonie sont proposés pour n gigaoctets consommés :

$$F(n) = 18 + 1,5n, \quad G(n) = 6 + 2,4n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Comparer les forfaits, déterminer le seuil entier de changement, puis expliquer lequel conseiller à un client consommant entre 8 et 15 Go.

36 *** [CH, MOD, RAI]

Problème ouvert. On dispose de 24 m de grillage pour fabriquer un enclos rectangulaire adossé à un mur, donc seulement trois côtés sont grillagés.



Déterminer les dimensions donnant la plus grande aire. Présenter au moins deux démarches possibles.

37 *** [MOD, REP, COM]

La puissance solaire reçue par un capteur entre 6 h et 18 h est modélisée par

$$P(t) = 36 - (t - 12)^2.$$

Déterminer l'heure du maximum, les heures où $P(t) \geq 20$, puis interpréter les résultats et le domaine du modèle.

38 *** [CH, REP, RAI, COM]

Une entreprise hésite entre deux prix de vente. Les bénéfices sont modélisés par

$$B_1(x) = -(x-10)(x-30), \quad B_2(x) = 120 - 4|x-20|,$$

pour $x \in [0; 35]$. Comparer les deux modèles sur quelques valeurs, représenter leurs courbes à la calculatrice, puis rédiger une recommandation argumentée.

39 *** [CH, MOD, RAI]

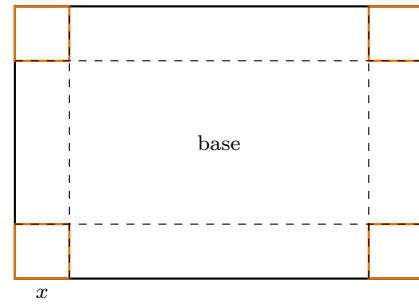
Problème ouvert. Inventer deux offres tarifaires affines qui coûtent le même prix pour 12 utilisations mais dont l'une est préférable avant 12 et l'autre après 12. Donner les formules, un graphique et une justification algébrique.

40 *** [MOD, REP, COM]

Une piscine contient 30 m^3 . Elle est remplie à $4 \text{ m}^3/\text{h}$ pendant 5 h, reste au repos 2 h, puis est vidée à $6 \text{ m}^3/\text{h}$. Construire une représentation graphique du volume, déterminer quand il revient à 30 m^3 , et préciser le domaine physique pertinent.

41 *** [CH, MOD, REP, RAI]

Problème ouvert. Dans une feuille rectangulaire 20 cm par 30 cm, on découpe aux quatre coins des carrés de côté x , puis on replie pour former une boîte sans couvercle.



1. Exprimer le volume $V(x)$ et préciser le domaine.
2. À l'aide d'un tableau de valeurs ou d'un outil numérique, chercher une valeur de x donnant un volume maximal.
3. Expliquer la précision de la réponse obtenue.

42 *** [MOD, REP, RAI, COM]

Bilan de synthèse. Une association organise un trajet pour n personnes. Un minibus coûte 240 euros, quel que soit n , tandis qu'un service de voitures coûte $18n$ euros. Le minibus ne peut transporter que 22 personnes.

1. Modéliser et comparer les coûts.
2. Construire un tableau ou un graphique pertinent.
3. Donner une recommandation pour $n = 8$, $n = 15$ et $n = 25$.
4. Expliquer pourquoi le résultat algébrique ne suffit pas à lui seul.