

TD N10 — Fonctions affines

Seconde — coefficients, droites, variations, signes et modélisation

Objectif. Relier l'écriture $f(x) = mx + p$, la droite représentative, le coefficient directeur, les variations, le signe et les situations de modélisation affine.

Parcours conseillé. Classe : A puis B1-B10 Maison : B11-C12 Approfondir : C13-D42

Partie A — Réactivation et automatismes graphiques

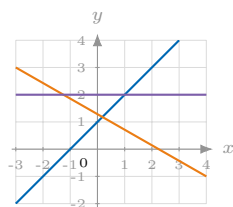
1 ★ [CAL] Compléter mentalement.

x	-2	0	1	4
$2x - 3$				
$-5x + 1$				
$\frac{1}{2}x + 2$				

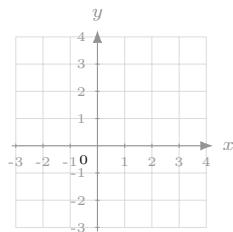
2 ★ [CAL] Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$3x - 7 = 11, \quad -2x + 5 = 13, \quad 4x - 1 = 2x + 9.$$

3 ★ [REP] Pour chaque droite, lire l'ordonnée à l'origine et dire si la pente est positive, négative ou nulle.



4 ★ [REP] Tracer dans le repère les droites $y = 2x - 1$ et $y = -x + 3$.



5 ★ [REP,CAL] Associer chaque déplacement à une pente :

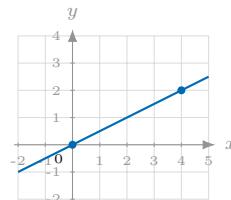
Δx	Δy	$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
4	2	
3	-6	
5	0	
-2	6	

Puis dire si la fonction est croissante, décroissante ou constante.

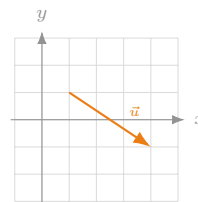
6 ★ [RAI] Dire si chaque situation peut être modélisée par une fonction affine.

- Un taxi facture 5 € de prise en charge puis 1,80 € par km.
- L'aire d'un carré en fonction de son côté.
- Un abonnement coûte 18 € puis 0,12 € par minute.
- La hauteur d'une balle lancée verticalement au cours du temps.

7 ★ [REP] Sur le graphique, lire deux points de la droite, puis estimer son coefficient directeur.



8 ★ [REP] Une droite admet $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur. Donner une pente possible, puis dessiner un pas de déplacement correspondant.



9 ★ [CAL,RAI] Pour $f(x) = mx + p$, identifier m et p , puis compléter.

$f(x)$	m	p	variation
$4x - 7$			
$-0,5x + 3$			
8			
$\frac{2}{3}x - 1$			

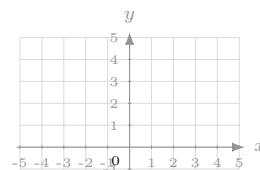
Partie B — Applications directes : passer d'un registre à l'autre

10 ★ [CAL] Parmi les fonctions suivantes, préciser lesquelles sont affines, linéaires ou constantes :

$$x \mapsto 5x - 2, \quad x \mapsto x^2 + 1, \quad x \mapsto -3x, \quad x \mapsto 7, \quad x \mapsto \frac{2}{x}.$$

11 ★ [CAL] Soit $f(x) = -4x + 8$. Calculer $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$, puis résoudre $f(x) = 0$.

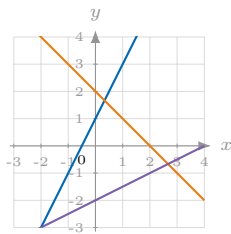
12 ★★ [REP,CAL] Compléter le tableau, puis tracer la droite représentative de $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$.



x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$					

13 ★★ [REP,RAI] Associer chaque droite à son expression :

$$a(x) = 2x + 1, \quad b(x) = -x + 2, \quad c(x) = 0,5x - 2.$$

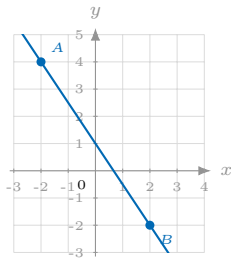


14 ★★ [CAL] Déterminer l'expression de la fonction affine f telle que $f(0) = 3$ et $f(2) = 7$.

15 ★★ [CAL] Déterminer l'expression de la fonction affine g telle que $g(-1) = 5$ et $g(3) = -3$.

16 ★★ [REP,CAL] On donne une droite passant par $A(-2; 4)$ et $B(2; -2)$.

1. Calculer son coefficient directeur.
2. En déduire l'expression de la fonction affine représentée.



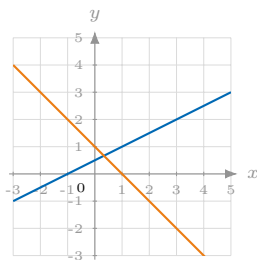
17 ★★ [RAI] Décrire les variations de $f(x) = ax + b$ dans chaque cas : $a = 4$, $a = -0,7$, $a = 0$. Rédiger une phrase complète pour un des cas.

18 ★★ [RAI,CAL] Pour $f(x) = 3x - 6$, dresser le tableau de signes de $f(x)$, puis résoudre $f(x) > 0$.

19 ★★ [CAL,RAI] Résoudre en détaillant les équivalences :

$$-2x + 6 = 2, \quad -2x + 6 < 2, \quad 5x - 15 \geq 0.$$

20 ★★ [REP,RAI] Lire graphiquement l'équation réduite de chaque droite. Contrôler avec deux points.



21 ★★ [RAI] On considère $f(x) = mx + p$. Traduire chaque information par une équation sur m et p .

1. $f(0) = 5$.
2. $f(3) = 11$.
3. La droite est parallèle à $y = -2x + 1$.
4. La droite passe par $A(-1; 4)$.

Partie C – Approfondir : choix de méthode, signe, comparaison

22 ★★ [REP,RAI] Associer courbe, tableau et formule.

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = -2x + 1, \quad h(x) = \frac{1}{2}x - 1.$$

x	-2	0	4
$A(x)$	0	2	6
$B(x)$	5	1	-7
$C(x)$	-2	-1	1

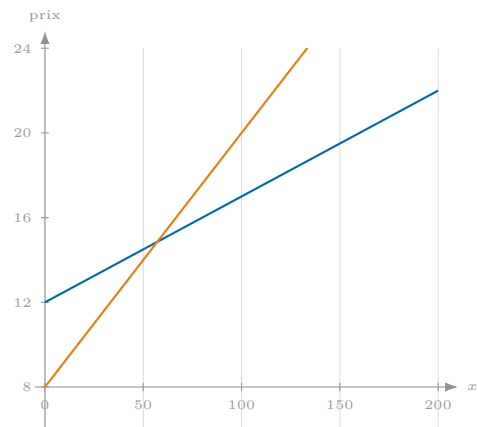
23 ★★ [MOD,CAL] Une société de livraison facture 6 € de départ puis 0,80 € par kilomètre.

1. Modéliser le prix $P(x)$ pour x kilomètres.
2. Calculer $P(12)$.
3. Résoudre $P(x) = 22$ et interpréter.

24 ★★ [MOD,REP,RAI] Deux forfaits sont proposés :

$$A(x) = 12 + 0,05x, \quad B(x) = 8 + 0,12x,$$

où x est un nombre de minutes. Comparer les forfaits par le calcul et par le graphique.



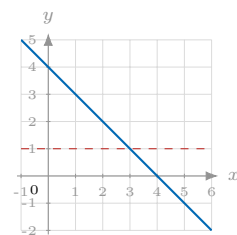
25 ★★★ [RAI,COM] Un élève affirme : « Si une fonction est croissante, alors elle est affine. » Donner un contre-exemple graphique ou algébrique, puis expliquer.

26 ★★★ [CH,CAL] Trouver une fonction affine f telle que $f(1) = 2$ et dont la droite représentative soit parallèle à celle de $g(x) = -3x + 7$.

27 ★★ [RAI,CAL] On donne $f(x) = -1,5x + 6$.

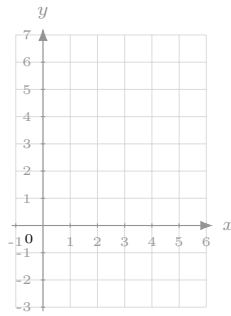
1. Résoudre $f(x) = 0$.
2. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.
3. Résoudre $f(x) \leq 3$.

28 ★★ [REP,RAI] Sur le graphique, résoudre graphiquement $f(x) = 1$, puis $f(x) > 1$. Vérifier algébriquement sachant que $f(x) = -x + 4$.



29 ★★ [REP,CAL] Construire dans le même repère les droites de $f(x) = 2x - 4$ et $g(x) = -x + 5$. Lire puis calculer

leur point d'intersection.



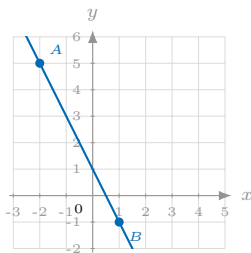
30 ★★★ [RAI,COM] On sait que f est affine, $f(-2) = 10$, $f(1) = 1$, $f(4) = -8$.

1. Vérifier que les trois informations sont cohérentes.
2. Déterminer l'expression de f .
3. Prévoir $f(10)$ sans faire de tableau.

31 ★★★ [REP,RAI] Erreur à corriger. Un élève calcule la pente entre $A(-2; 5)$ et $B(1; -1)$ ainsi :

$$m = \frac{-2 - 1}{5 - (-1)} = -\frac{1}{2}.$$

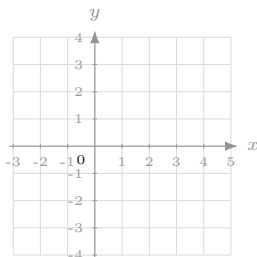
Expliquer l'erreur, refaire le calcul, puis écrire l'équation de la droite (AB) .



32 ★★★ [CH,REP] Créer une fonction affine u dont la droite représentative :

- coupe l'axe des ordonnées en -2 ;
- est croissante;
- passe par un point à coordonnées entières visible sur le repère.

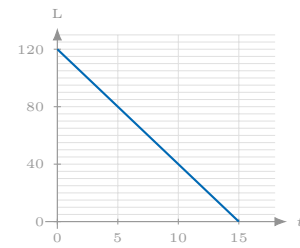
Donner son expression et la tracer.



Partie D – Synthèse, problèmes et prises d'initiative

33 ★★★ [MOD,RAI] Un réservoir contient 120 L d'eau. On le vide régulièrement de 8 L par minute.

1. Définir la fonction $V(t)$ donnant le volume restant après t minutes.
2. Donner son ensemble de définition dans le contexte.
3. Déterminer quand le réservoir est vide.

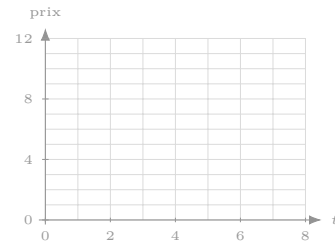


34 ★★★ [MOD,REP] Deux parkings proposent :

$$P_1(t) = 2 + 1,40t, \quad P_2(t) = 5 + 0,80t,$$

où t est la durée en heures.

1. Représenter les deux fonctions pour $0 \leq t \leq 8$.
2. Déterminer graphiquement puis algébriquement la durée à partir de laquelle P_2 devient plus intéressant.

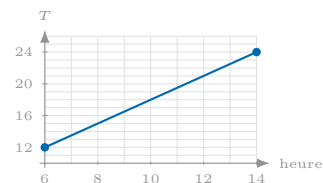


35 ★★★ [MOD,CAL] Un glacier vend une carte fidélité 9 € donnant ensuite chaque glace à 2,20 €. Sans carte, une glace coûte 3,70 €.

1. Modéliser les deux prix en fonction du nombre n de glaces.
2. Déterminer à partir de combien de glaces la carte est avantageuse.

36 ★★★ [MOD,REP,RAI] Une température est modélisée par une fonction affine entre 6 h et 14 h. On observe $T(6) = 12$ et $T(14) = 24$.

1. Déterminer $T(t)$.
2. Estimer la température à 10 h.
3. À quelle heure atteint-on 18°C ?



37 ★★★ [MOD,CAL] Dans un pays, la conversion entre degrés Celsius et Fahrenheit est affine. On sait que 0°C correspond à 32°F et que 100°C correspond à 212°F . Déterminer la formule $F(C)$, puis convertir 25°C .

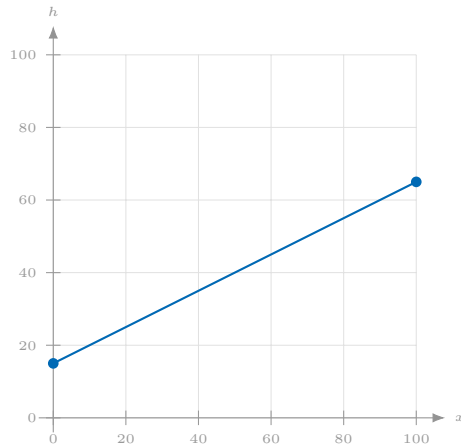
38 ★★★ [MOD,RAI] Un artisan vend des objets. Le coût de production de x objets est $C(x) = 240 + 6x$. La recette est $R(x) = 14x$.

1. Représenter mentalement ou graphiquement les deux droites : laquelle démarre le plus haut ? laquelle monte le plus vite ?
2. Déterminer le seuil de rentabilité.
3. Interpréter le signe de $R(x) - C(x)$.

39 ★★★ [CH,RAI] Une table de valeurs provient-elle d'une fonction affine ? Justifier sans chercher tout de suite une formule.

x	0	1	2	3	4
$u(x)$	5	8	11	14	17
$v(x)$	2	3	5	8	12
$w(x)$	10	7	4	1	-2

40 ★★★ [MOD,REP,COM] Un robot avance sur une rampe rectiligne. Sa hauteur h , en cm, dépend de la distance x , en cm.



Déterminer l'expression de $h(x)$, puis calculer $h(70)$.

41 ★★★ [RAI,COM] Expliquer pourquoi deux fonctions affines ayant le même coefficient directeur ont des droites représentatives parallèles. Donner un exemple et un contre-exemple si les coefficients directeurs sont différents.

42 ★★★ [CH,RAI,COM] Synthèse. Une fonction affine f vérifie :

$$f(2) = 5, \quad f(x) < 0 \text{ exactement pour } x < -\frac{1}{2}.$$

Déterminer l'expression de f , tracer une esquisse de sa droite représentative et rédiger une vérification.