

Objectif du TD. S'entraîner à décrire une droite par un point et une direction, construire une équation cartésienne avec le déterminant, passer à l'équation réduite, puis utiliser ces outils pour traiter alignement, parallélisme et intersections.
Cours associé : N08.

A. Lire, reconnaître et tracer une droite

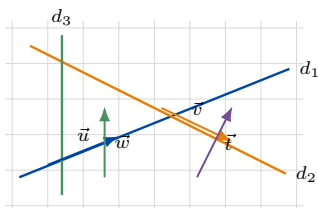
Point,

direction, pente, équations simples

① ★ [REP]

Quelle direction ?

Sur la figure, associer chaque vecteur $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{t}$ à la ou aux droites dont il peut être un vecteur directeur. Justifier par une phrase utilisant le mot *colinéaire*.



② ★ [COM]

Vocabulaire de droite

Compléter avec : *vecteur directeur*, *pente*, *ordonnée à l'origine*, *équation cartésienne*, *équation réduite*.

- Une droite non verticale peut s'écrire $y = mx + p$: c'est une ...
- Dans $y = mx + p$, le nombre m est la ...
- Une équation de la forme $ax + by + c = 0$ est une ...
- Pour $ax + by + c = 0$, un ... est $(-b; a)$.

③ ★ [CAL]

Vecteur directeur immédiat

Donner un vecteur directeur de chaque droite.

$$d_1 : 2x - 3y + 1 = 0 \quad d_2 : -5x + y - 7 = 0 \quad d_3 : 4x + 9 = 0$$

$$d_4 : y = -3x + 2 \quad d_5 : y = \frac{2}{5}x - 1 \quad d_6 : x = -4.$$

Dire lesquelles sont verticales.

④ ★ [CAL]

Appartenance rapide

Dire si le point appartient à la droite.

$$A(1; 2), \quad d : 3x - y - 1 = 0;$$

$$B(-2; 5), \quad \Delta : y = -2x + 1;$$

$$C(4; -1), \quad \ell : x = 4;$$

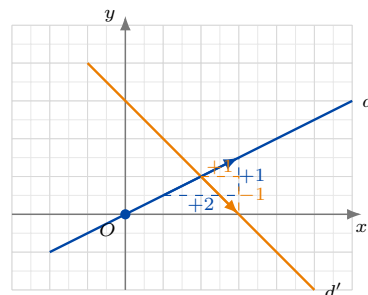
$$D(0; 3), \quad r : 2x + 3y - 9 = 0.$$

Écrire le calcul de substitution pour deux cas au choix.

⑤ ★★ [REP]

Lire pente et origine

Sur le graphique, lire une équation réduite de d puis de d' .
 Pour chaque droite, donner aussi un vecteur directeur simple.



⑥ ★ [REP]

Horizontales et verticales

Écrire une équation de chaque droite.

- d_1 verticale par $A(3; -1)$.
- d_2 horizontale par $B(-2; 4)$.
- d_3 parallèle à l'axe des ordonnées par $C(-5; 0)$.
- d_4 parallèle à l'axe des abscisses par $D(1; -3)$.

Préciser celles qui n'ont pas de pente.

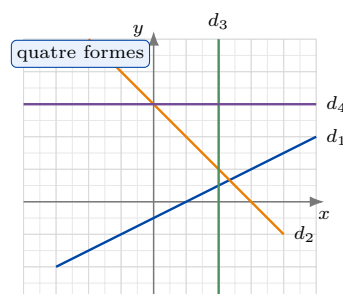
⑦ ★★ [REP]

Associer quatre représentations

Associer chaque droite de la figure à l'une des équations :

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, \quad y = -x + 3, \quad x = 2, \quad y = 3.$$

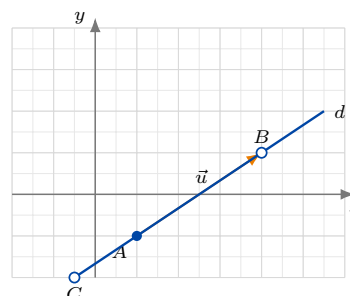
Pour chaque association, citer un indice graphique.



⑧ ★★ [REP]

Tracer à partir d'un point et d'une direction

Dans un repère, tracer la droite passant par $A(1; -1)$ et de vecteur directeur $(3; 2)$. Placer ensuite deux autres points de cette droite obtenus par addition ou soustraction du vecteur directeur.



⑨ ★★ [RAI]

Même droite ou non ?

Dire si les équations représentent la même droite.

- a) $2x - 4y + 6 = 0$ et $x - 2y + 3 = 0$,
 b) $3x + y - 1 = 0$ et $6x + 2y + 5 = 0$,
 c) $y = 2x - 1$ et $2x - y - 1 = 0$.

Une multiplication par un même nombre non nul suffit-elle ?

10 ★ [CAL]

Direction entre deux points

Pour chaque paire de points, donner un vecteur directeur de la droite qui les joint. Simplifier si possible.

- $A(1; 2), B(5; 4)$ $C(-3; 1), D(1; -5)$
 $E(2; -4), F(2; 3)$ $G(-1; -2), H(8; 1)$
 $I(4; 4), J(-2; 4)$ $K(-5; 6), L(1; 0)$.

11 ★★ [CAL]

Pente entre deux points

Calculer la pente lorsque c'est possible.

- $A(0; 1), B(3; 7)$ $C(-2; 5), D(4; 2)$
 $E(1; -3), F(1; 6)$ $G(-4; -1), H(2; -1)$
 $I(5; 0), J(-1; 9)$

Pour les droites sans pente, écrire leur équation.

12 ★★ [REP]

Tableau de synthèse

Compléter le tableau.

Equation	vecteur directeur	pente	type
$3x - 2y + 4 = 0$	...	...	...
$x = -2$	...	...	...
$y = \frac{3}{4}x - 5$	...	...	...
$y = 6$	...	...	...

B. Construire et transformer des équations

Déterminant, formes cartésienne et réduite

13 ★ [CAL]

Point et vecteur directeur

Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par A et dirigée par $\vec{u}$, en écrivant $\det(\vec{u}, \overrightarrow{AM}) = 0$.

- a) $A(2; -1), \vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $A(-3; 4), \vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$
 c) $A(0; 6), \vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $A(5; 1), \vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

14 ★ [CAL]

Deux points

Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .

- a) $A(1; 2), B(5; 4)$ b) $A(-1; 3), B(2; -6)$
 c) $A(4; -2), B(4; 5)$ d) $A(-3; -1), B(2; -1)$.

Vérifier dans chaque cas que les deux points satisfont l'équation trouvée.

15 ★★ [CAL]

Déterminant à développer

On considère $A(-2; 3)$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$. Soit $M(x; y)$.

1. Écrire les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$.

2. Écrire $\det(\vec{u}, \overrightarrow{AM}) = 0$.

3. Développer et obtenir une équation cartésienne de la droite. Représenter rapidement la situation sur un petit repère.

16 ★★ [RAI]

Choisir un vecteur plus simple

On donne $A(-4; 2)$ et $B(8; -4)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}$.
 2. Donner un vecteur directeur plus simple de (AB) .
 3. Déterminer une équation de (AB) .

Pourquoi ce choix simplifie-t-il les calculs ?

17 ★ [CAL]

Forme cartésienne vers forme réduite

Passer sous forme réduite quand c'est possible ; sinon écrire la forme $x = k$.

$$\begin{array}{lll} 2x - 5y + 10 = 0 & -3x + y - 4 = 0 & 7x + 2y - 1 = 0 \\ 4x - 8 = 0 & 6y + 12 = 0 & -5x - 5y + 15 = 0 \end{array}$$

Entourer les pentes obtenues.

18 ★ [CAL]

Forme réduite vers forme cartésienne

Écrire sous la forme $ax + by + c = 0$, avec des coefficients entiers.

$$y = 3x - 7, \quad y = -\frac{2}{5}x + 1, \quad y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}, \quad x = -6, \quad y = 5.$$

Comparer deux réponses possibles pour la troisième équation.

19 ★★ [RAI]

Cas vertical, cas horizontal

Pour chaque équation, dire si la droite est verticale, horizontale ou oblique. Donner un vecteur directeur.

$$x = 7, \quad y = -2, \quad 3x + 4 = 0, \quad 5y - 15 = 0, \quad x + y - 3 = 0.$$

Indiquer celles qui possèdent une équation réduite $y = mx + p$.

20 ★★ [CAL]

Point et pente

Déterminer une équation réduite de la droite de pente m passant par A .

- a) $A(2; 5), m = 3$ b) $A(-1; 4), m = -2$
 c) $A(6; -1), m = \frac{1}{2}$ d) $A(-4; -3), m = -\frac{3}{4}$.

Méthode attendue : utiliser $y = m(x - x_A) + y_A$, puis réduire.

21 ★★ [RAI]

Coefficient manquant

Trouver le réel c pour que la droite $2x - 3y + c = 0$ passe par :

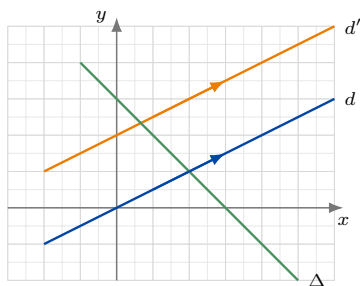
$$A(1; 4), \quad B(-2; 0), \quad C\left(\frac{1}{2}; -1\right).$$

On obtient trois droites parallèles : expliquer pourquoi.

22 ★★ [REP]

Depuis le graphique

Pour chacune des trois droites du graphique, lire deux points à coordonnées entières, puis écrire une équation cartésienne et une équation réduite si elle existe.



23 ** [CH]

Retrouver une équation

Compléter les équations pour qu'elles décrivent la droite demandée.

- $\dots x + 2y - 8 = 0$ passe par $A(2; 1)$,
- $3x + \dots y + 6 = 0$ a pour vecteur directeur $(2; -3)$,
- $x + by - 5 = 0$ a pour pente $-\frac{1}{2}$,
- $ax - 4y + 1 = 0$ est parallèle à $y = \frac{3}{2}x - 7$.

24 ** [REP]

Intersections avec les axes

Pour chaque droite, déterminer son intersection avec l'axe des abscisses puis avec l'axe des ordonnées.

$$d_1 : 2x - y + 4 = 0, \quad d_2 : 3x + 2y - 6 = 0, \quad d_3 : x = -5.$$

Tracer ensuite un croquis des trois droites.

C. Utiliser les équations pour raisonner Alignement, parallélisme, intersection, paramètres

25 * [RAI]

Alignement par déterminant

Dire si les points sont alignés. Rédiger avec les coordonnées de deux vecteurs et leur déterminant.

- $A(1; 2), B(4; 8), C(6; 12)$,
- $D(-2; 3), E(1; -1), F(7; -9)$,
- $G(0; 5), H(4; 1), I(9; -5)$.

26 * [RAI]

Parallélisme de droites

Étudier si les droites sont parallèles.

$$\begin{aligned} d : 2x - 3y + 1 = 0, \quad d' : 4x - 6y - 5 = 0, \\ \Delta : x + 2y - 7 = 0, \quad \Delta' : 3x - 6y + 2 = 0, \\ r : y = \frac{2}{3}x + 1, \quad s : 4x - 6y + 9 = 0. \end{aligned}$$

Dans les cas parallèles, dire si elles sont confondues ou strictement parallèles.

27 * [CAL]

Point d'intersection

Déterminer le point d'intersection de chaque couple de droites.

$$\begin{aligned} d : y = 2x - 1, \quad d' : y = -x + 5, \\ \Delta : y = -\frac{1}{2}x + 4, \quad \Delta' : y = x - 2, \\ r : y = 3x + 1, \quad s : y = 3x - 5. \end{aligned}$$

Interpréter le dernier cas.

28 ** [CAL]

Intersection : forme mixte

Déterminer le point d'intersection de

$$d : 3x - 2y + 4 = 0 \quad \text{et} \quad \Delta : y = -x + 7.$$

Faire un contrôle graphique rapide en estimant les coordonnées du point trouvé.

29 ** [RAI]

Parallèles ou confondues ?

Les droites $d : 6x - 9y + 12 = 0$ et $d' : 2x - 3y + 4 = 0$ sont-elles parallèles, sécantes ou confondues ? Même question pour $r : 6x - 9y + 12 = 0$ et $s : 2x - 3y - 1 = 0$. Rédiger une méthode fiable.

30 ** [COM]

Choisir l'outil adapté

Pour chaque question, indiquer l'outil le plus efficace puis commencer la résolution.

Question	Outil à choisir
A, B, C sont-ils alignés ?	...
$d \parallel d'$?	...
$M \in d$?	...
$d \cap d'$?	...
équation de (AB)	...

Ajouter une ligne de vigilance pour les droites verticales.

31 ** [CH]

Paramètre d'alignement

On donne $A(1; 2), B(5; 4)$ et $C(k; 8)$. Déterminer la valeur de k pour que A, B, C soient alignés. Indication : utiliser $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$.

32 ** [RAI]

Paramètre de parallélisme

Déterminer m pour que les droites

$$d : mx - 2y + 5 = 0 \quad \text{et} \quad \Delta : 3x + y - 4 = 0$$

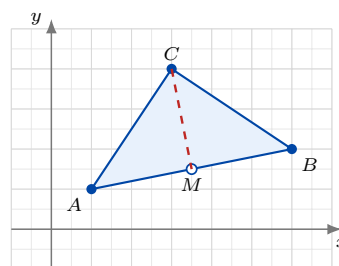
soient parallèles. Sont-elles alors confondues ? Justifier avec un point ou avec les constantes.

33 ** [REP]

Médiane dans un triangle

Dans le repère, $A(1; 1), B(6; 2)$ et $C(3; 4)$. Le point M est le milieu de $[AB]$.

- Calculer les coordonnées de M .
- Déterminer une équation de la médiane issue de C .
- Vérifier graphiquement que la droite obtenue passe par C et M .

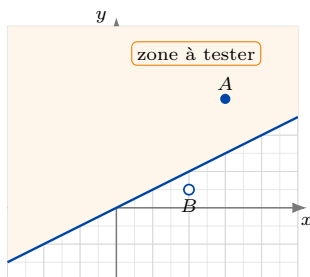


34 *** [REP]

Inégalité et demi-plan

La droite d a pour équation $y = \frac{1}{2}x$. On s'intéresse à la zone $y \geq \frac{1}{2}x$.

- Tester les points $A(3; 3), B(2; 0,5), O(0; 0)$.
- Colorier sur un croquis le demi-plan qui convient.
- Écrire une phrase expliquant pourquoi une droite sépare le plan en deux zones.



38 ** [RAI]

Choisir la meilleure forme

On donne la droite $d : 6x - 4y + 12 = 0$.

1. Pour lire la pente, quelle forme faut-il privilégier ?
2. Pour tester rapidement si $A(-2; 0)$ appartient à d , quelle forme est la plus efficace ?
3. Pour donner un vecteur directeur, quelle forme est la plus directe ?
4. Répondre effectivement aux trois questions.

39 *** [REP]

Pixel art mathématique

Dans un repère, tracer les droites ou segments suivants, puis identifier la figure obtenue.

$$d_1 : y = x + 1 \text{ pour } -1 \leq x \leq 2,$$

$$d_2 : y = -x + 5 \text{ pour } 2 \leq x \leq 5,$$

$$d_3 : y = 1 \text{ pour } -1 \leq x \leq 5,$$

$$d_4 : x = 2 \text{ pour } 1 \leq y \leq 3.$$

Donner les coordonnées des sommets visibles.

40 *** [CH]

Famille de droites parallèles

Pour chaque réel c , on considère la droite $d_c : 2x - 3y + c = 0$.

1. Montrer que toutes les droites d_c sont parallèles.
2. Déterminer c pour que d_c passe par $A(6; 1)$.
3. Déterminer c pour que d_c coupe l'axe des ordonnées en $B(0; -2)$.
4. Les deux valeurs de c sont-elles compatibles ? Interpréter.

41 *** [MOD]

Algorithmique : alignement

On veut écrire une fonction qui renvoie **True** si trois points A, B, C sont alignés.

1. Écrire la formule du déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Compléter le pseudo-code :

```
def alignes(xA,yA,xB,yB,xC,yC):
    det = ...
    return det == 0
```

3. Tester mentalement avec $A(1; 1)$, $B(4; 3)$, $C(10; 7)$.

42 *** [CH,RAI,COM]

Problème de synthèse DS2

On donne $A(-1; 2)$, $B(5; -1)$, $C(3; 5)$ et $D(7; 3)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de (AB) .
2. Déterminer une équation réduite de (CD) , si elle existe.
3. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
4. Si elles sont sécantes, déterminer leur point d'intersection.
5. Le point $E(9; -3)$ appartient-il à (AB) ? Conclure en une phrase rédigée.

D. Synthèse et problèmes

Modéliser, choisir une forme,

rédigé

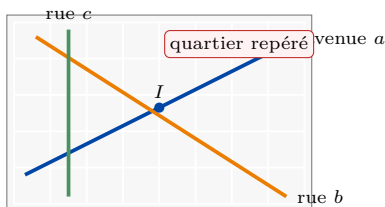
35 *** [MOD]

Plan de ville

Sur un plan repéré, deux rues sont modélisées par

$$a : y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad b : y = -\frac{3}{5}x + 5.$$

1. Déterminer leur point d'intersection exact (noté I sur le plan).
2. Une rue verticale $c : x = \frac{3}{2}$ coupe-t-elle l'avenue a dans le quartier représenté ?
3. Proposer une équation d'une rue parallèle à a passant par le point $P(4; 2)$.



36 *** [MOD]

Couloir de drone

Un drone suit une trajectoire rectiligne passant par $A(-2; 1)$ et dirigée par $\vec{u}(5; 2)$.

1. Écrire une équation cartésienne de la trajectoire.
2. Le drone peut-il passer par $B(8; 5)$? par $C(13; 7)$?
3. Déterminer le point de la trajectoire d'abscisse 3.

37 *** [MOD]

Câbles sur un quadrillage

Sur le schéma, les segments $[AB]$, $[CD]$ et la droite horizontale représentent des câbles.

1. Déterminer une équation de chacun des deux câbles obliques.
2. Les câbles obliques se croisent-ils en un point du quadrillage ?
3. Donner une équation d'un quatrième câble parallèle à $[AB]$ passant par C .

