

Objectif du TD. S'entraîner à résoudre par équivalences, représenter les solutions d'inéquations, traiter les valeurs interdites dans les quotients, choisir une stratégie adaptée et conclure dans un contexte. **Cours associé :** N05.

A. Réactiver et sécuriser les bases

Tester, isoler,

rédigé par équivalences

1 ★ [CAL]

Tester une solution

Compléter le tableau en indiquant si la valeur proposée est solution.

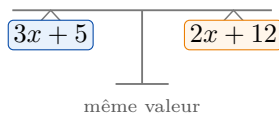
équation	valeur testée	solution ?
$3x - 5 = 10$	$x = 5$	
$2(x + 4) = 3x + 1$	$x = 7$	
$\frac{x+1}{2} = 4$	$x = 6$	
$(x-3)(2x+1) = 0$	$x = 3$	

Rédiger une vérification complète pour la deuxième ligne.

2 ★ [REP]

Balance algébrique

La balance représente l'équation $3x + 5 = 2x + 12$.



Résoudre l'équation en écrivant les transformations effectuées sur les deux membres.

3 ★ [CAL]

Équations mentales

Résoudre mentalement dans $\mathbb{R}$.

$$x + 7 = 13, \quad 4x = 28, \quad \frac{x}{5} = -3, \quad 2x - 1 = 9, \quad 7 - 3x = 1.$$

Donner chaque ensemble de solutions sous la forme $\mathcal{S} = \{\dots\}$.

4 ★ [CAL]

Équations du premier degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ en détaillant par équivalences.

$$5x - 8 = 2x + 7, \quad 4(x - 3) = 2x + 10, \quad 7 - 2(3x + 1) = x - 9.$$

5 ★★ [CAL]

Fractions et équivalences

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

$$\frac{x-2}{3} = 5, \quad \frac{2x+1}{4} = \frac{x-3}{2}, \quad \frac{x}{6} + \frac{x-1}{3} = 2.$$

À chaque fois, indiquer par quel nombre on peut multiplier les deux membres.

6 ★ [MOD]

Isoler une grandeur

Dans chaque formule, isoler la grandeur demandée.

$$P = 2L + 2\ell \text{ isoler } L, \quad C = 15 + 0,8n \text{ isoler } n,$$

$$A = \frac{(B+b)h}{2} \text{ isoler } h, \quad v = \frac{d}{t} \text{ isoler } d.$$

7 ★ [COM]

Rédaction à compléter

Compléter la résolution.

$$2(4x - 3) = 5x + 12$$

$$\iff \dots = 5x + 12$$

$$\iff \dots = 18$$

$$\iff x = \dots$$

Conclure avec l'ensemble $\mathcal{S}$.

8 ★★ [RAI]

Vrai ou faux ?

Dire si chaque transformation est correcte. Si elle est fausse, expliquer.

$$x - 4 = 9 \iff x = 5,$$

$$-2x = 8 \iff x = -4,$$

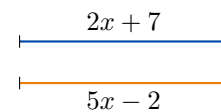
$$3x + 6 = 0 \iff x = 2,$$

$$5(x - 1) = 10 \iff x - 1 = 2.$$

9 ★★ [MOD]

Une équation cachée dans une figure

Les deux segments ci-dessous ont la même longueur.

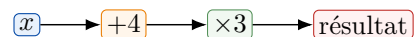


Écrire l'équation associée, la résoudre, puis donner la longueur commune.

10 ★ [MOD]

Programme de calcul

On choisit un nombre x . On lui ajoute 4, puis on multiplie par 3.



Quel nombre de départ donne le même résultat que le programme $x \mapsto 5x - 2$?

11 ★★ [RAI]

Sans développer inutilement

Pour chacune des équations, dire si le développement est utile, puis résoudre.

$$7(x - 2) = 0, \quad 3(x + 1) = 2(x + 1), \quad 5(2x - 3) = 20.$$

12 ★★ [COM]

Tester n'est pas résoudre

Un élève écrit : « $x = 4$ est solution de $2x + 1 = 9$, donc l'équation est résolue. » Expliquer ce qui manque dans cette phrase, puis rédiger une résolution complète.

B. Inéquations, intervalles, produit nul et quotients

Représenter et contrôler les solutions

13 ★ [CAL]

Inéquations simples

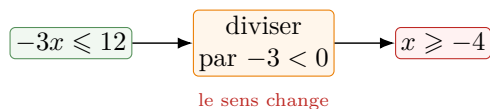
Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

$$x + 4 < 9, \quad 3x \geq 12, \quad -2x < 10, \quad 7 - 5x \leq -8.$$

14 ★ [RAI]

Sens de l'inégalité

Compléter le schéma, puis résoudre les deux inéquations.



$$-4x + 3 > 15, \quad 6 - 2x \leq x + 9.$$

15 ★ [REP]

Associer trois écritures

Associer chaque inégalité à un intervalle et à une droite graduée.

$$x < 2, \quad x \geq -1, \quad -3 < x \leq 4.$$

$$]-\infty; 2[, \quad [-1; +\infty[, \quad]-3; 4].$$

Tracer les trois droites graduées.

16 ★★ [CAL]

Inéquations avec parenthèses

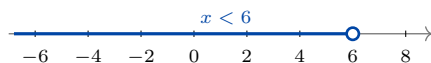
Résoudre dans $\mathbb{R}$ et représenter sur une droite graduée.

$$2(x - 5) < x + 1, \quad 4 - 3(2x + 1) \geq x - 13.$$

17 ★ [REP]

Lire et écrire une solution

La droite graduée représente un ensemble de solutions.



Écrire cet ensemble avec une inégalité, puis sous forme d'intervalle. Proposer une inéquation du premier degré ayant cet ensemble pour solutions.

18 ★★ [RAI]

Comparer par différence

On considère $A(x) = 4x + 7$ et $B(x) = 9x - 3$.

1. Calculer $A(x) - B(x)$.

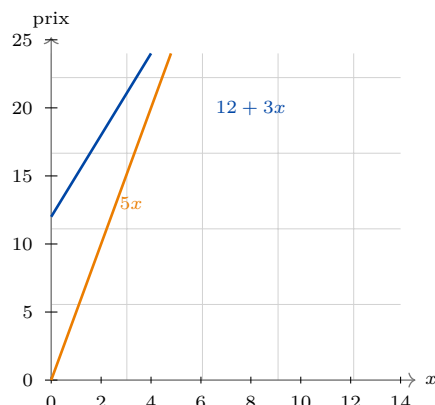
2. Résoudre $A(x) \leq B(x)$.

3. Interpréter la réponse en une phrase.

19 ★★ [MOD]

Tarifs : seuil de rentabilité

Un club propose deux tarifs pour x séances : $A = 12 + 3x$ et $B = 5x$.

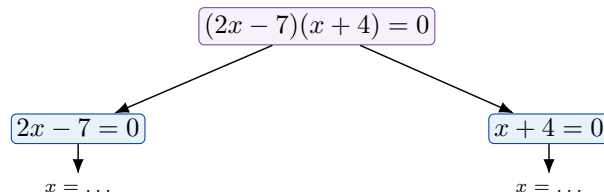


Déterminer à partir de combien de séances le tarif A est plus avantageux que le tarif B . Justifier par un calcul.

20 ★ [REP, CAL]

Produit nul : arbre puis application directe

1. Compléter l'arbre, puis écrire la résolution complète avec $\Leftrightarrow$ et l'ensemble $\mathcal{S}$.



2. Résoudre directement dans $\mathbb{R}$, sans arbre.

$$(x-8)(x+2) = 0, \quad (3x-12)(5x+1) = 0, \quad x(7-2x) = 0.$$

21 ★★ [CAL]

Factoriser avant de résoudre

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

$$x^2 - 5x = 0, \quad (x+4)(2x-1) + 3(x+4) = 0, \quad 9x^2 - 25 = 0.$$

Indiquer la forme factorisée utilisée.

22 ★ [CAL]

Valeurs interdites

Pour chaque expression, déterminer les valeurs interdites.

$$\frac{2x+1}{x-5}, \quad \frac{x-3}{2x+6}, \quad \frac{4}{(x-1)(x+2)}.$$

23 ★★ [CAL]

Équations quotient

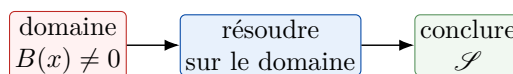
Résoudre dans $\mathbb{R}$, en commençant par écrire le domaine de définition.

$$\frac{x+3}{x-1} = 2, \quad \frac{5}{x+4} = 1, \quad \frac{2x-7}{3x+1} = 0.$$

24 ★★ [COM]

Méthode quotient : ne pas oublier le domaine

Compléter le schéma de méthode, puis résoudre $\frac{3x-2}{x+1} = 4$.



C. Choisir une stratégie et approfondir

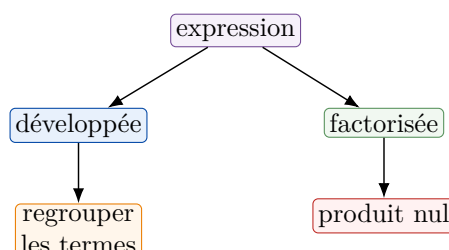
Forme

adaptée, erreurs, équations se ramenant au produit nul

25 ★★ [RAI]

Choisir la bonne forme

Pour chaque équation, choisir entre développer, factoriser ou utiliser directement un produit nul. Puis résoudre.



$(2x-5)(x+1) = 0$, $(3x-2)^2 = 0$, $(2x-1)(x+4) = 5(x+4)$. Que peut-on dire de l'ensemble des solutions selon la valeur de a ?

26 ** [CAL]

Équations et identités remarquables

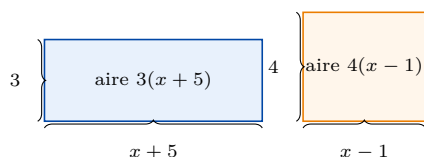
Résoudre dans $\mathbb{R}$, après avoir factorisé.

$$x^2 - 16 = 0, \quad x^2 + 6x + 9 = 0, \quad (2x + 1)^2 - 25 = 0.$$

27 ** [MOD]

Une égalité d'aires

Les deux rectangles ont la même aire.

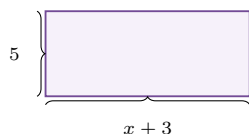


1. Écrire l'équation vérifiée par x .
2. Résoudre cette équation.
3. Vérifier que les longueurs obtenues sont positives.

28 ** [MOD]

Contrainte d'aire

Un rectangle a pour dimensions $x + 3$ et 5, en centimètres, avec $x \geq 0$.



Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire est au moins 60 cm^2 .

29 ** [RAI]

Erreur de produit nul

Un élève résout $(x + 2)(x - 5) = 7$ ainsi :

$$x + 2 = 7 \quad \text{ou} \quad x - 5 = 7.$$

Expliquer pourquoi cette méthode est fautive. Transformer correctement l'équation, puis proposer une première piste de résolution.

30 ** [RAI]

Quotient nul ou quotient égal à un nombre

Comparer les deux équations suivantes.

$$\frac{(x-3)(2x+1)}{x+4} = 0, \quad \frac{(x-3)(2x+1)}{x+4} = 2.$$

Pour chacune, écrire les valeurs interdites, puis résoudre la première. Pour la seconde, indiquer pourquoi le produit nul ne s'applique pas directement.

31 *** [RAI]

Complétion du carré guidée

On veut résoudre $x^2 + 6x + 5 = 0$.

$$x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 9 + 5 = (x + 3)^2 - 4.$$

Factoriser $(x + 3)^2 - 4$, puis résoudre l'équation. Cette méthode est un approfondissement.

32 *** [CH]

Résoudre avec un paramètre

On considère l'équation $(x - 2)(x - a) = 0$, où a est un réel fixé.

1. Résoudre l'équation lorsque $a = 5$, puis lorsque $a = 2$.

33 *** [RAI]

Comparaison par quotient positif

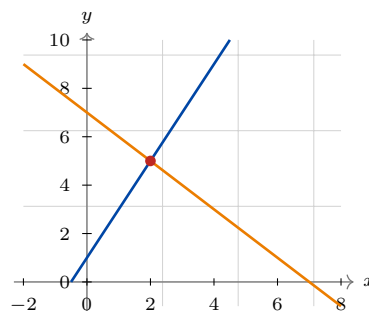
Pour $x > 0$, on compare $A(x) = 3x$ et $B(x) = x + 8$.

1. Résoudre $A(x) > B(x)$.
2. Résoudre $\frac{A(x)}{B(x)} > 1$ en précisant pourquoi le dénominateur est positif.
3. Les deux méthodes donnent-elles la même conclusion ?

34 ** [REP]

Graphique et algèbre

Les droites ci-dessous représentent $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = -x + 7$.



Lire graphiquement la solution de $f(x) = g(x)$, puis la retrouver par le calcul.

D. Problèmes de synthèse Modéliser, résoudre, interpréter

35 ** [MOD]

Deux offres de transport

Une carte mensuelle coûte 18 euros puis chaque trajet coûte 0,90 euro. Sans carte, un trajet coûte 1,80 euro.

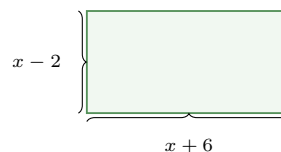


À partir de combien de trajets la carte devient-elle avantageuse ? Rédiger une phrase finale.

36 ** [MOD]

Périmètre imposé

Un jardin rectangulaire a pour longueur $x + 6$ mètres et pour largeur $x - 2$ mètres.



On veut poser exactement 56 mètres de clôture. Déterminer x , puis les dimensions du jardin. Vérifier la cohérence du résultat.

37 ** [MOD]

Budget d'impression

Une imprimerie facture 25 euros de frais fixes puis 0,12 euro par affiche. Une autre facture 0,20 euro par affiche sans frais fixes.

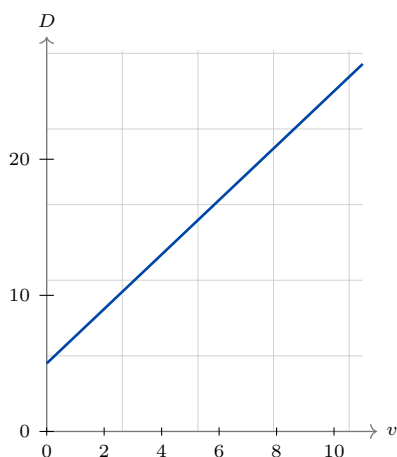


1. Écrire les deux coûts en fonction du nombre n d'affiches.
2. Résoudre l'inéquation permettant de savoir quand la première imprimerie est moins chère.
3. Interpréter le seuil obtenu.

38 ** [MOD]

Distance de sécurité

Sur une route, on estime qu'une distance de sécurité en mètres peut être modélisée par $D = 2v + 5$, où v est la vitesse en dizaines de kilomètres par heure.



Pour quelles vitesses la distance de sécurité est-elle au moins 21 mètres ? Donner la réponse en km/h.

39 *** [CH]

Écran et format

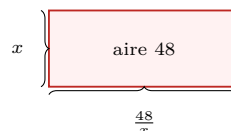
Un rectangle a une largeur x cm et une longueur $x + 8$ cm. On veut que son périmètre soit inférieur ou égal à 68 cm et que ses dimensions soient positives.

1. Traduire toutes les contraintes par des inégalités.
2. Déterminer l'intervalle des valeurs possibles de x .
3. Donner deux exemples de dimensions possibles.

40 *** [MOD]

Problème quotient

Un rectangle a pour aire 48 cm^2 et pour largeur x cm. Sa longueur vaut donc $\frac{48}{x}$.



On souhaite que la longueur soit égale à $x + 2$. Écrire et résoudre l'équation. Penser au domaine $x > 0$.

41 *** [CH]

Synthèse : choisir, résoudre, conclure

On dispose de 40 mètres de ruban pour encadrer des affiches carrées. Chaque affiche a pour côté x mètres et on veut fabriquer au moins 7 affiches.



1. Écrire une inéquation traduisant la contrainte de ruban.
2. Résoudre cette inéquation.
3. Ajouter la contrainte $x > 0$, puis donner l'intervalle des valeurs possibles.
4. Proposer une valeur de x réaliste et vérifier la consommation de ruban.