

Objectif. Relier trois registres : nombre placé sur une droite, inégalité et intervalle. Utiliser la valeur absolue comme une distance et produire des encadrements décimaux fiables.

Conseils. Pour chaque intervalle, contrôler les crochets. Pour chaque valeur absolue, penser d'abord « distance » avant de calculer. Les exercices marqués *** sont des approfondissements.

A — Réactivation et automatismes

① ★ [REP, CAL]

On donne les nombres

$$-6 ; -3,25 ; 0 ; \frac{12}{4} ; \frac{5}{7} ; 1,8 ; \sqrt{16} ; \sqrt{3} ; \pi.$$

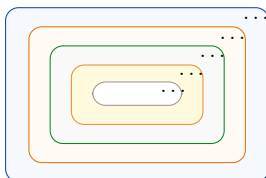
Compléter avec l'ensemble le plus petit parmi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.

Nombre	-6	-3,25	0	$\frac{12}{4}$	$\frac{5}{7}$	1,8	$\sqrt{16}$	$\sqrt{3}$
Ens. le plus petit								

② ★ [REP]

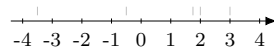
Compléter le diagramme d'inclusion avec $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, puis placer dans la bonne zone :

$$-2, \quad 0,125, \quad \frac{1}{3}, \quad \sqrt{2}, \quad 9.$$



③ ★ [REP, CAL]

Placer sur la droite les nombres $-3,5, -\frac{1}{2}, \frac{7}{4}, 3$ et $\sqrt{4}$. Puis les ranger dans l'ordre croissant.



④ ★ [CAL]

Comparer sans calculatrice en justifiant brièvement.

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \dots 0,8, \quad -2,7 \dots -\frac{8}{3}, \\ \frac{11}{6} \dots 1,84, \quad \sqrt{9} \dots \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

⑤ ★ [CAL]

Calculer.

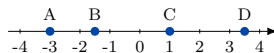
$$A = |-7|, \quad B = |4 - 11|, \quad C = |-3 - 5|,$$

$$D = |2,4 - 6|, \quad E = \left| \frac{1}{2} - \frac{5}{4} \right|, \quad F = |\pi - 4|.$$

Pour F , donner seulement une écriture sans valeur approchée.

⑥ ★ [REP]

Pour chaque point placé, lire son abscisse, puis calculer les distances AB , BC et AD .



⑦ ★ [REP]

Écrire sous forme d'inégalité.

1. x est strictement supérieur à -4 .

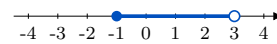
2. x est compris entre -2 inclus et 5 exclu.

3. x est inférieur ou égal à $1,5$.

4. La distance entre x et 3 est au plus 2 .

⑧ ★ [REP]

Lire l'intervalle représenté, puis écrire l'inégalité correspondante.



⑨ ★ [CAL, REP]

Compléter avec un encadrement décimal.

Nombre	au dixième près	au centième près
$\sqrt{2} \approx 1,414213$		
$\pi \approx 3,141592$		
$\frac{17}{7} \approx 2,428571$		

B — Applications : intervalles, distances et encadrements

⑩ ★ [REP]

Passer de l'inégalité à l'intervalle.

$$\begin{aligned} a) \quad -1 \leq x \leq 4 \quad & b) \quad -3 < x \leq 2 \\ c) \quad x < 5 \quad & d) \quad x \geq -2,5 \\ e) \quad 0 < x < \frac{7}{2} \quad & f) \quad x \leq \sqrt{5} \end{aligned}$$

⑪ ★ [REP]

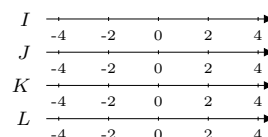
Passer de l'intervalle à l'inégalité.

$$[-4; 2], \quad] - 1; 6[, \quad [0; +\infty[, \quad] - \infty; 3,5], \quad]2; \sqrt{7}].$$

⑫ ★ [REP]

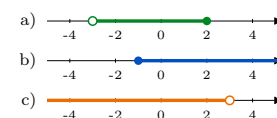
Sur les quatre droites, représenter :

$$\begin{aligned} I &= [-2; 3], \quad J =] - 4; 1], \\ K &= [0; +\infty[, \quad L =] - \infty; -1]. \end{aligned}$$



⑬ ★ [REP, RAI]

Pour chaque représentation, écrire l'intervalle puis une inégalité.



⑭ ★ [REP, CAL]

On pose $I = [-3; 4]$, $J =]1; 7]$ et $K =] - \infty; 2[$. Déterminer, si possible à l'aide d'une droite graduée : $I \cap J$, $I \cup J$, $I \cap K$ et $J \cap K$.

15 ★ [REP, CAL]

Compléter le tableau par oui ou non.

	-2	0	2,5	5
$[-2; 5[$				
$] - \infty; 0]$				
$]1; +\infty[$				
$] - 2; 2,5]$				

16 ★ [CAL, REP]

Résoudre en donnant un intervalle, puis une représentation sur une droite.

$$|x - 3| \leq 2, \quad |x + 1| \leq 4, \quad |x - 0,5| \leq 1,5.$$

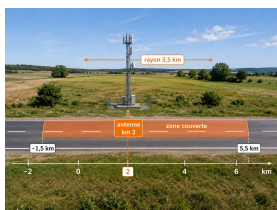
17 ★ [REP, RAI]

Écrire chaque intervalle sous la forme $|x - c| \leq r$.

$$[-2; 6], \quad [1; 9], \quad [-4; -1], \quad \left[\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right].$$

18 ★ [MOD, REP]

Une antenne est placée au point d'abscisse 2 sur une route rectiligne. Elle couvre les positions situées à une distance au plus 3,5 km.



1. Écrire la condition avec une valeur absolue.
2. Donner l'intervalle des positions couvertes.

19 ★ [CAL]

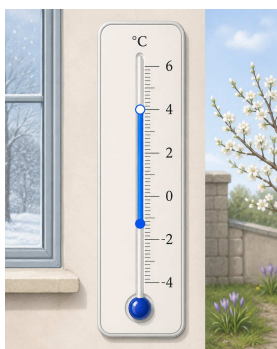
Donner un encadrement décimal au centième près.

$$\sqrt{5} \approx 2,236067, \quad \sqrt{10} \approx 3,162277, \quad \frac{43}{13} \approx 3,307692.$$

Puis indiquer l'amplitude de chaque encadrement.

20 ★ [MOD, REP]

Un thermomètre indique que la température T est comprise entre $-1,5^\circ\text{C}$ inclus et 4°C exclu.



1. Écrire cette information avec une inégalité.
2. Écrire cette information avec un intervalle.
3. Représenter cette information sur le thermomètre.

21 ★★ [REP, COM]

Compléter le tableau-bilan, puis ajouter une représentation rapide sur une droite graduée.

Phrase	Inégalité	Intervalle
x est entre -1 et 4 , bornes incluses	$ x - 6 \leq 2$	
x est strictement inférieur à 3	$-5 < x \leq 0$	

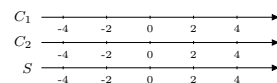
C — Choisir, raisonner, approfondir

22 ★★ [RAI, REP]

On pose $A =] - 5; 2]$, $B = [-1; 6[$ et $C =]3; +\infty[$. Déterminer $A \cap B$, $A \cup B$, $B \cap C$ et $(A \cup B) \cap C$. Une représentation commune sur la droite est attendue.

23 ★★ [CH, REP]

Un nombre x vérifie simultanément $x \in [-4; 5[$ et $|x - 1| \leq 3$.



1. Traduire la deuxième condition par un intervalle.
2. Représenter les deux contraintes.
3. Donner tous les nombres possibles.

24 ★★ [RAI, CAL]

Décider si chaque nombre est décimal. Justifier.

$$\frac{7}{20}, \quad \frac{5}{12}, \quad \frac{13}{8}, \quad \frac{21}{14}, \quad \frac{1}{40}.$$

Indication : chercher une écriture avec une puissance de 10 au dénominateur lorsque c'est possible.

25 ★★★ [RAI, COM]

Démonstration guidée : pourquoi $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal ?

1. Supposons que $\frac{1}{3}$ soit décimal. Alors il existe un entier n tel que $10^n \times \frac{1}{3}$ soit un entier. Écrire ce nombre sous forme de quotient.
2. Expliquer pourquoi 10^n n'est pas divisible par 3.
3. Conclure.

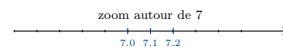
26 ★★★ [RAI, COM]

Démonstration guidée : irrationalité de $\sqrt{2}$. On suppose qu'il existe deux entiers p et $q \neq 0$, sans diviseur commun, tels que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$.

1. Montrer que $p^2 = 2q^2$.
2. Expliquer pourquoi p est pair, puis écrire $p = 2k$.
3. En déduire que q est pair.
4. Pourquoi cela contredit-il le choix de p et q ?

27 ★★ [CAL, REP]

Sans calculatrice, encadrer $\sqrt{50}$.



1. Trouver deux entiers consécutifs n et $n + 1$ tels que $n < \sqrt{50} < n + 1$.
2. Tester 7,0, 7,1 et 7,2 à l'aide des carrés.
3. Donner un encadrement au dixième près.

28 ★★ [RAI, REP]

Représenter puis écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

$$|x - 2| < 3, \quad |x + 4| \leq 2, \quad |x - 1| > 4.$$

Pour la dernière question, expliquer pourquoi on obtient deux morceaux de droite.

29 ** [CH, CAL]

On cherche un encadrement de π par zooms successifs.

$$3 < \pi < 4, \quad 3,1 < \pi < 3,2, \quad 3,14 < \pi < 3,15.$$



Donner l'amplitude de chaque intervalle, expliquer ce que l'on gagne à chaque zoom, puis proposer un encadrement à 10^{-3} près en utilisant $\pi \approx 3,141592$.

30 ** [RAI, COM]

Corriger les écritures incorrectes et expliquer l'erreur.

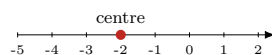
$$[2; +\infty], \quad x \in]-3; 1] \iff -3 \leq x \leq 1,$$

$$|x - 5| \leq 2 \iff x - 5 \leq 2, \quad \sqrt{2} = 1,414.$$

31 ** [MOD, CAL]

Un jeu vidéo déclenche une alarme si la position x du joueur vérifie $|x + 2| \leq 1,5$.

1. Quelle est la position centrale ?
2. Quel est le rayon de la zone ?
3. Représenter la zone et donner l'intervalle.



D — Synthèse et problèmes

32 ** [MOD, REP, CAL]

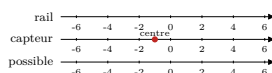
Dans une attraction, il faut mesurer au moins 1,20 m et strictement moins de 1,95 m. Il faut aussi avoir 16 ans ou plus.

1. Écrire l'intervalle des tailles autorisées.
2. Placer les tailles 1,19, 1,20, 1,74, 1,95 sur la droite et dire lesquelles conviennent.
3. Reformuler avec une phrase précise.



33 ** [MOD, RAI, REP]

Un robot se déplace sur un rail gradué. Sa position x doit vérifier deux contraintes :



$$x \in [-6; 5] \quad \text{et} \quad |x+1| \leq 4.$$

1. Interpréter chacune des contraintes.
2. Représenter les deux contraintes sur deux droites.
3. Donner l'ensemble des positions possibles.

34 *** [CH, RAI, COM]

Chasse au nombre. On cherche un réel x vérifiant les quatre indices :

- $x \in [-3; 7[$;
- la distance entre x et 2 est au plus 4 ;
- $x \notin \mathbb{Z}$;
- au centième près, x est compris entre 5,41 et 5,42.

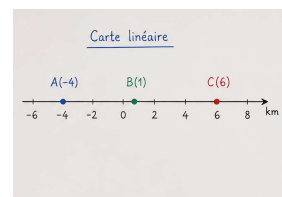
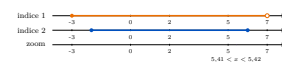
Proposer un nombre possible et justifier chacun des indices.

35 *** [CH, MOD, REP]

Sur une carte linéaire, trois villes ont pour abscisses $A(-4)$, $B(1)$ et $C(6)$. Un relais doit vérifier trois contraintes :

1. être à moins de 5 km de B ;
2. être à au moins 3 km de A ;
3. être situé entre A et C , extrémités comprises.

Traduire chaque contrainte par une inégalité et la représenter sur une droite, puis donner l'ensemble des positions possibles pour le relais.



36 ** [RAI, CAL, COM]

On sait que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.

1. Donner un encadrement de $\sqrt{3} + 2$ au millièmè près.
2. Donner un encadrement de $5 - \sqrt{3}$ au millièmè près.
3. Peut-on affirmer que $\sqrt{3} \in [1,73; 1,74[$? que $\sqrt{3} = 1,732$? Justifier.

37 *** [CH, RAI, REP]

Sur une route graduée, $A(-2)$ et $B(4)$ sont deux bornes. On cherche les positions x plus proches de A que de B , ou à égale distance. Déterminer l'ensemble de ces positions, en expliquant la démarche choisie.

