

OBJECTIFS

- Distinguer proportion, pourcentage et taux d'évolution.
- Utiliser coefficients multiplicateurs, évolutions successives et réciproques.
- Calculer et interpréter moyenne, médiane, quartiles, étendue et écart type.
- Étudier une série brute ou regroupée en classes : histogramme, moyenne pondérée, classe médiane.
- Comparer deux séries avec des indicateurs et des représentations adaptées.

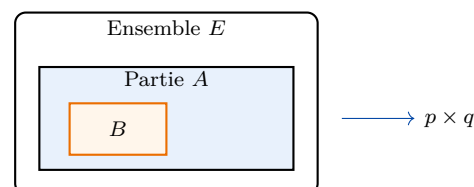
ACTIVITE DE DEPART

Dans un lycée, 60 % des élèves sont demi-pensionnaires. Parmi eux, 35 % sont inscrits à l'association sportive.

1. Les deux pourcentages portent-ils sur le même ensemble de référence ?
2. Quelle proportion de tous les élèves est demi-pensionnaire et inscrite à l'association sportive ?
3. Que faudrait-il connaître pour obtenir un effectif ?

1. Proportions et évolutions

Définition (Proportion) Si une partie A contient n_A éléments dans un ensemble E contenant n_E éléments, alors la proportion de A dans E est $p = \frac{n_A}{n_E}$. On peut l'écrire sous forme décimale, fractionnaire ou en pourcentage.



Propriété (Pourcentage de pourcentage) Si A représente une proportion p de E , et si B représente une proportion q de A , alors B représente une proportion $p \times q$ de E .

Vigilance. Un pourcentage n'a de sens que si l'ensemble de référence est connu.

Exemple Dans l'activité, la proportion cherchée est $0,60 \times 0,35 = 0,21$. Donc 21 % des élèves du lycée sont demi-pensionnaires et inscrits à l'association sportive.

Définition (Évolution) Pour passer d'une valeur V_1 à une valeur V_2 , on distingue :

- la variation absolue : $V_2 - V_1$;
- le coefficient multiplicateur : $\frac{V_2}{V_1}$, si $V_1 \neq 0$;
- le taux d'évolution : $\frac{V_2 - V_1}{V_1}$.

Propriété (Coefficients multiplicateurs) Augmenter de $t\%$, c'est multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. Diminuer de $t\%$, c'est multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. Pour des évolutions successives, on multiplie les coefficients multiplicateurs. L'évolution réciproque a pour coefficient l'inverse.

Méthode Pour traiter une évolution, privilégier le coefficient multiplicateur. Une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 20 % donne $1,20 \times 0,80 = 0,96$, donc une baisse globale de 4 %.

⇒ TD N16 – Partie A : proportions et évolutions

2. Indicateurs d'une série statistique brute

Définition (Indicateurs de position et de dispersion) Pour une série statistique :

- la moyenne résume un niveau moyen ;
- la médiane partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif ;
- les quartiles Q_1 et Q_3 encadrent la moitié centrale ;
- l'étendue est $x_{\max} - x_{\min}$;
- l'écart type mesure la dispersion autour de la moyenne.

Propriété (Moyenne pondérée) Si les valeurs x_i ont pour effectifs n_i , alors la moyenne est

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}.$$

Propriété (Linéarité de la moyenne) Si on ajoute le même nombre a à toutes les valeurs, la moyenne augmente de a . Si on multiplie toutes les valeurs par un même nombre k , la moyenne est multipliée par k .

Vigilance. La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes ; la médiane l'est beaucoup moins. Il faut donc choisir les indicateurs selon la situation.

⇒ TD N16 – Partie B : indicateurs de position et de dispersion

3. Séries regroupées en classes

Définition (Regroupement en classes) Lorsqu'une série contient beaucoup de valeurs, on peut regrouper les données en classes de même amplitude. Une classe est un intervalle, par exemple $[10; 20[$. L'effectif de la classe est le nombre de valeurs qui appartiennent à cet intervalle.

Propriété (Moyenne approchée avec des classes) Pour estimer la moyenne d'une série regroupée en classes, on remplace souvent chaque classe par son centre, puis on calcule une moyenne pondérée avec les effectifs.

Méthode Pour trouver la classe médiane :

1. calculer l'effectif total ;
2. repérer le rang médian ;
3. cumuler les effectifs jusqu'à dépasser ce rang ;
4. lire la classe correspondante.

Exemple Avec le tableau ci-dessus, l'effectif total est 20. La moyenne estimée vaut

$$\frac{4 \times 5 + 9 \times 15 + 5 \times 25 + 2 \times 35}{20} = 17,5.$$

Le rang médian est entre les 10^e et 11^e valeurs ; la classe médiane est $[10; 20[$.

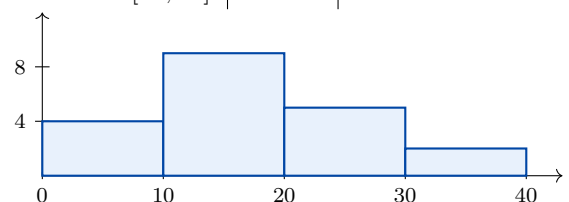
Exemple Pour la série 8; 10; 10; 12; 15, la moyenne vaut

$$\frac{8 + 10 + 10 + 12 + 15}{5} = 11.$$

La médiane est 10. L'étendue vaut $15 - 8 = 7$.

Méthode Pour interpréter un écart type : plus il est grand, plus les valeurs sont dispersées autour de la moyenne. Deux séries peuvent avoir la même moyenne mais des dispersions très différentes.

Classe	Centre	Effectif
$[0; 10[$	5	4
$[10; 20[$	15	9
$[20; 30[$	25	5
$[30; 40[$	35	2



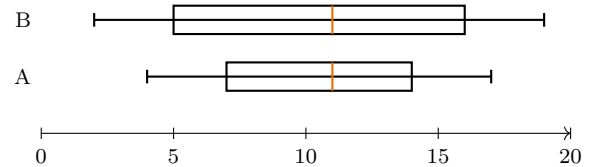
⇒ TD N16 – Partie C : histogrammes, classes et fréquences cumulées

4. Comparer deux séries

Propriété (Comparer avec deux indicateurs)

Comparer deux séries ne consiste pas seulement à comparer leurs moyennes. On peut utiliser :

- moyenne et écart type : niveau moyen et dispersion ;
- médiane et écart interquartile : valeur centrale et dispersion de la moitié centrale ;
- boîtes à moustaches : comparaison visuelle des distributions.



Vigilance. Une boîte à moustaches permet de comparer vite, mais elle ne donne pas toutes les valeurs de la série.

Méthode Une comparaison statistique doit être rédigée avec prudence :

- citer les indicateurs utilisés ;
- préciser ce qu'ils montrent ;
- éviter de conclure plus que ce que les données permettent.

Exemple Deux classes ont la même moyenne 12. Si l'écart type est 1,5 dans la classe A et 4,2 dans la classe B, les résultats de la classe B sont plus dispersés.

5. Synthèse

A RETENIR

- Un pourcentage doit toujours être relié à son ensemble de référence.
- Les évolutions successives se traitent avec les coefficients multiplicateurs.
- Moyenne, médiane, quartiles, étendue et écart type ne décrivent pas la même information.
- Pour une série regroupée, les calculs sont souvent des estimations à partir des centres de classes.
- Comparer des séries exige au moins un indicateur de position et un indicateur de dispersion.

APPLICATIONS IMMÉDIATES

1. Calculer 30 % de 80 % d'un effectif.
2. Un prix augmente de 12 %, puis baisse de 10 %. Calculer le coefficient multiplicateur global.
3. Calculer la moyenne de la série 4; 7; 9; 10; 10.
4. Dans une série de 31 valeurs rangées, quel est le rang de la médiane ?
5. Pour les classes $[0; 5[$, $[5; 10[$, $[10; 15]$, donner les centres de classes.