

OBJECTIFS

- Réinvestir les fonctions affines, les fonctions de référence, les variations, les signes et les équations.
- Passer d'une situation concrète à une fonction, puis revenir au contexte.
- Choisir une représentation adaptée : formule, graphique, tableau de valeurs ou tableau de variations.
- Rédiger une réponse complète : calcul, justification, interprétation.

ACTIVITE DE DEPART

Un club propose deux tarifs pour une sortie :

- tarif A : 14 euros par personne ;
- tarif B : 50 euros de forfait, puis 8 euros par personne.

On note x le nombre de participants.

1. Écrire le prix payé avec chaque tarif.
2. Comparer les deux tarifs pour $x = 6$, puis pour $x = 12$.
3. Trouver à partir de combien de participants le tarif B devient avantageux.

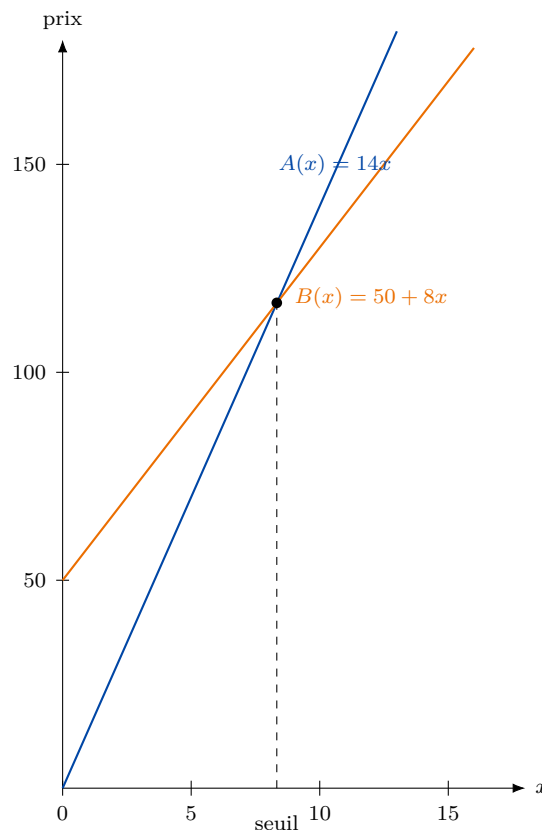
1. Modéliser une situation par une fonction

Définition (Modéliser par une fonction) Modéliser une situation par une fonction, c'est choisir une variable x , préciser son domaine de valeurs possibles, puis associer à chaque valeur de x une grandeur $f(x)$ qui dépend de x .

Propriété (Aller-retour entre contexte et fonction) Dans un problème, une fonction n'est pas seulement une formule. On doit savoir lire :

- $f(x)$: la grandeur associée à x ;
- $f(x) = k$: une valeur atteinte ;
- $f(x) \leq k$: une contrainte ;
- un maximum ou un minimum : une situation optimale.

Méthode Pour modéliser : 1. choisir la variable ; 2. écrire le domaine ; 3. traduire les contraintes ; 4. choisir une représentation ; 5. conclure dans le contexte.



Exemple Dans l'activité, $A(x) = 14x$ et $B(x) = 50 + 8x$, avec $x \in \mathbb{N}$. Comparer les tarifs revient à résoudre $B(x) < A(x)$.

Vigilance. La variable doit toujours être introduite et son domaine doit être cohérent : ici x est un nombre entier de participants, donc $x \in \mathbb{N}$.

⇒ TD N14 – Partie A : traduire une situation par une fonction

2. Choisir la bonne représentation

Propriété (Une question, plusieurs registres)

Une même fonction peut être étudiée avec plusieurs représentations :

- une **formule** pour calculer exactement ;
- un **graphique** pour lire, comparer, conjecturer ;
- un **tableau de valeurs** pour organiser des essais ;
- un **tableau de signes ou de variations** pour justifier.

Méthode Avant de calculer, identifier le type de question :

- image : on calcule $f(a)$;
- antécédent : on résout $f(x) = k$;
- comparaison : on étudie le signe de $f(x) - g(x)$;
- optimisation : on cherche un maximum ou un minimum.

Méthode Pour rédiger une comparaison de deux grandeurs $f(x)$ et $g(x)$, on écrit : « On étudie le signe de $f(x) - g(x)$ ». Si $f(x) - g(x) > 0$, alors $f(x) > g(x)$. Si $f(x) - g(x) < 0$, alors $f(x) < g(x)$.

⇒ TD N14 – Partie B : choisir la représentation adaptée

3. Interpréter une solution

Propriété (Une solution mathématique doit être interprétée)

Dans un problème contextualisé, résoudre une équation ou une inéquation ne suffit pas. Il faut vérifier que les solutions appartiennent au domaine du problème, puis répondre avec les mots de la situation.

Méthode Une rédaction complète suit souvent le plan :

1. « Soit x ... » : on introduit la variable.
2. « On modélise par ... » : on écrit la fonction.
3. « On résout ... » : calcul ou lecture justifiée.
4. « Or x doit vérifier ... » : domaine et contraintes.
5. « Donc ... » : conclusion contextualisée.

⇒ TD N14 – Partie C : rédiger et interpréter

4. Synthèse de méthodes avant DS

A RETENIR

- Une fonction sert à modéliser une grandeur qui dépend d'une variable.
- Une comparaison $f(x) / g(x)$ se ramène souvent au signe de $f(x) - g(x)$.
- Une équation $f(x) = k$ cherche des antécédents ; une inéquation $f(x) \leq k$ décrit un ensemble de valeurs.
- Une réponse de problème doit toujours être interprétée dans le contexte.

APPLICATIONS IMMÉDIATES

1. Un taxi facture 4 euros de prise en charge puis 1,60 euro par kilomètre. Écrire la fonction prix p , puis calculer $p(12)$.
2. Une entreprise vend x objets et son bénéfice est $B(x) = -x^2 + 36x - 160$. Quelle question mathématique permet de savoir si l'entreprise est rentable ?
3. Pour comparer $f(x) = 2x + 5$ et $g(x) = x^2$, quelle expression doit-on étudier ?

Question	Outil efficace
Calcul exact	formule
Lecture rapide	graphique
Comparer deux offres	signe d'une différence
Meilleure valeur	variations
Tester plusieurs cas	tableau de valeurs

Exemple Comparer $f(x) = x^2$ et $g(x) = 3x + 4$, c'est étudier le signe de $f(x) - g(x) = x^2 - 3x - 4$, et non seulement tracer les deux courbes.

Exemple Dans l'activité :

$$B(x) < A(x) \iff 50 + 8x < 14x \iff 50 < 6x \iff x > 8\frac{1}{3}$$

Comme x est un entier, le tarif B devient avantageux à partir de 9 participants.

Vigilance. Une lecture graphique donne souvent une valeur approchée ; la conclusion d'un problème discret doit parfois être arrondie au bon entier.