

OBJECTIFS

- Utiliser correctement le vocabulaire : fonction, variable, image, antécédent.
- Déterminer un domaine de définition simple.
- Passer d'un registre à l'autre : formule, tableau, courbe, programme.
- Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe.

ACTIVITE DE DEPART

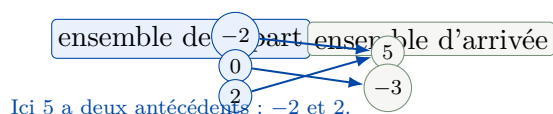
Un tarif de location de vélo est donné par la phrase : « 4 euros fixes puis 2 euros par heure ».

1. Quel est le prix pour 3 heures ? pour 5 heures ?
2. Si on note x le nombre d'heures, écrire le prix $P(x)$.
3. Que signifie $P(6)$? Que signifie résoudre $P(x) = 18$?

1. Décrire une dépendance

Définition (Fonction) Définir une fonction f , c'est associer à chaque nombre x d'un ensemble de départ un unique nombre, noté $f(x)$. Le nombre x est la variable et $f(x)$ est l'image de x par f .

Définition (Image et antécédent) Si $f(a) = b$, alors b est l'image de a par f , et a est un antécédent de b par f .



Vigilance. Une fonction donne une seule image à chaque x . En revanche, un même nombre peut avoir plusieurs antécédents, un seul ou aucun.

Méthode Pour bien lire une phrase avec $f(x)$, on distingue la question posée :

- calculer une image : on connaît x , on calcule $f(x)$;
- chercher un antécédent : on connaît $f(x)$, on cherche x .

Exemple Pour $f(x) = 2x^2 - 3$, l'image de 2 est $f(2) = 2 \times 2^2 - 3 = 5$. Chercher les antécédents de 5, c'est résoudre $2x^2 - 3 = 5$, soit $x^2 = 4$. Les antécédents sont -2 et 2 .

⇒ TD N09 – Partie A : vocabulaire image, antécédent et notation $f(x)$

2. Domaine de définition

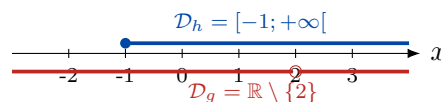
Définition (Domaine de définition) Le domaine de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles l'expression $f(x)$ existe. On le note souvent $\mathcal{D}_f$.

Propriété (Deux impossibilités fréquentes en seconde)

- On ne peut pas diviser par 0.
- On ne peut pas prendre la racine carrée d'un nombre négatif.

Méthode Pour déterminer un domaine de définition, on cherche les valeurs interdites. Pour une fraction, on exclut les valeurs qui annulent le dénominateur. Pour une racine carrée, on impose que ce qui est sous la racine soit positif ou nul.

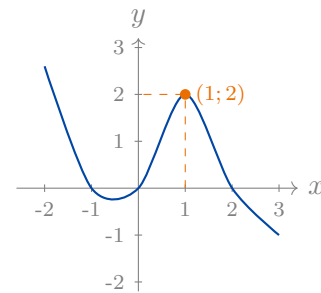
Exemple La fonction $g(x) = \frac{1}{x-2}$ n'est pas définie pour $x = 2$, donc $\mathcal{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. La fonction $h(x) = \sqrt{x+1}$ est définie lorsque $x+1 \geq 0$, donc $\mathcal{D}_h = [-1; +\infty[$.



Vigilance. Le domaine de définition fait partie de la fonction. La même formule peut définir deux fonctions différentes si les domaines ne sont pas les mêmes.

3. Changer de registre

Définition (Courbe représentative) Dans un repère, la courbe représentative d'une fonction f est l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $y = f(x)$. Dire qu'un point $M(a; b)$ appartient à la courbe revient à vérifier que $b = f(a)$.



Méthode Pour lire graphiquement :

- l'image de a , on part de a sur l'axe des abscisses puis on lit l'ordonnée du point de la courbe ;
- les antécédents de b , on trace mentalement la droite horizontale d'ordonnée b et on lit les abscisses des points d'intersection.

Exemple Sur la courbe ci-contre, $f(1) = 2$. Le nombre 1 a pour image 2. Les antécédents de 0 sont environ -1 , 0 et 2 , car la courbe coupe l'axe des abscisses en ces trois abscisses.

Propriété (Les registres d'une fonction) Une même fonction peut être représentée par une formule, un tableau de valeurs, une courbe, un programme de calcul ou une fonction Python. Changer de registre permet de choisir l'information la plus lisible.

Méthode Un programme Python peut définir une fonction. Par exemple :

```
def prix(x):
    return 2*x + 4
```

La commande `prix(6)` renvoie 16, ce qui signifie que l'image de 6 par la fonction `prix` vaut 16.

4. Synthèse

A RETENIR

- $f(a)$ désigne l'image de a par la fonction f .
- Chercher un antécédent de b , c'est résoudre $f(x) = b$.
- Le domaine de définition indique les valeurs de x autorisées.
- Sur la courbe d'équation $y = f(x)$, les points ont pour coordonnées $(x; f(x))$.

APPLICATIONS IMMEDIATES

1. Pour $f(x) = 3x - 5$, calculer $f(4)$, puis chercher l'antécédent de 7.
2. Déterminer le domaine de définition de $u(x) = \frac{4}{x+3}$.
3. Déterminer le domaine de définition de $v(x) = \sqrt{2x-6}$.
4. Le point $A(2; 5)$ appartient-il à la courbe d'équation $y = x^2 + 1$?
5. Écrire une fonction Python qui renvoie $x^2 - 2x + 1$.