

OBJECTIFS

- Réinvestir logique, ensembles, intervalles, arithmétique et calcul littéral.
- Choisir une forme adaptée pour calculer, comparer ou résoudre.
- Rédiger des résolutions par équivalences et des justifications courtes.
- Préparer le DS1 par une synthèse des méthodes essentielles.

ACTIVITE DE DEPART

On donne quatre demandes différentes :

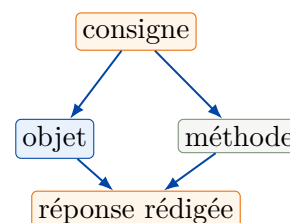
1. Montrer que $x = 3$ est solution de $2x + 5 = 11$.
 2. Résoudre $2x + 5 = 11$.
 3. Comparer $(x + 2)^2$ et $x^2 + 4x + 1$.
 4. Décrire les nombres x tels que $|x - 4| \leq 2$.
- Pour chacune, quel outil choisir : calcul direct, équation, différence, droite graduée ?

1. Identifier l'objet mathématique

Définition (Objet et tâche) Avant de calculer, on identifie ce que l'on manipule : un nombre, un ensemble, une expression, une équation, une inéquation ou une proposition. La méthode dépend de cet objet.

Méthode Lire la consigne.

Calculer	obtenir une valeur numérique ou simplifier une expression.
Résoudre	trouver toutes les valeurs possibles d'une inconnue.
Montrer	produire une justification valable pour tous les cas demandés.
Comparer	déterminer un ordre, souvent par une différence.
Représenter	changer de registre : intervalle, droite, tableau, schéma.



Exemple Dire « 3 marche » ne résout pas $2x + 5 = 11$. Cela prouve seulement que 3 est une solution. Résoudre consiste à montrer que c'est la seule.

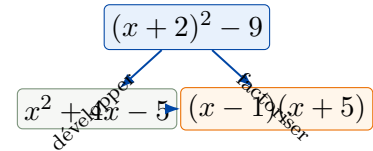
Propriété (Réponse complète) Une réponse complète contient l'objet étudié, la méthode utilisée, les calculs utiles et une conclusion adaptée : ensemble de solutions, phrase de comparaison ou interprétation dans le contexte.

Vigilance. Une phrase de conclusion ne remplace pas un raisonnement ; mais un calcul sans conclusion laisse souvent la réponse incomplète.

⇒ TD de synthèse N06 – Partie A : reconnaître la nature de la tâche.

2. Passer d'une forme à une autre

Propriété (Formes utiles) Une expression peut être transformée sans changer sa valeur : développer, factoriser, réduire, simplifier une fraction, écrire une racine sous forme simplifiée. Ces transformations servent à rendre une question plus lisible.



Méthode Choisir la forme.

- Pour calculer une image ou comparer terme à terme : forme développée et réduite.
- Pour résoudre une équation produit nul : forme factorisée.
- Pour simplifier une fraction : facteurs communs et forme irréductible.
- Pour représenter des solutions : intervalle ou droite graduée.

Exemple Pour comparer $A = (x + 2)^2$ et $B = x^2 + 4x + 1$, on calcule $A - B = x^2 + 4x + 4 - (x^2 + 4x + 1) = 3$. Ainsi, pour tout réel x , $A > B$.

Vigilance. Changer de forme n'autorise pas à changer l'objet. Une expression se transforme ; une équation se résout ; un ensemble se décrit ou se représente.

3. Résoudre, représenter, justifier

Méthode Résolution par équivalences. On introduit l'inconnue, puis on écrit des équations ou inéquations équivalentes. Une résolution se termine par $\mathcal{S} = \dots$. Pour une inéquation, on donne souvent un intervalle.

Exemple On résout dans $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 4 - 2x &\geq 10 \\ \iff -2x &\geq 6 \\ \iff x &\leq -3. \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} =]-\infty; -3]$.

Méthode Justifier une affirmation générale. On introduit une variable, par exemple « Soit $k \in \mathbb{Z}$ », puis on utilise la définition. Pour montrer qu'un entier pair plus un entier pair est pair : $2a + 2b = 2(a + b)$.

Vigilance. Dans une inéquation, si l'on divise par un nombre négatif, le sens change. Dans une équation quotient, on traite d'abord les valeurs interdites.

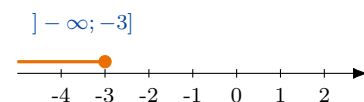
4. Synthèse pour le DS1

A RETENIR

- Identifier l'objet : nombre, expression, équation, inéquation, ensemble ou proposition.
- Choisir la forme utile : développée pour calculer/comparer, factorisée pour résoudre, intervalle pour représenter.
- Rédiger par équivalences pour les équations et inéquations.
- Introduire les variables dans une démonstration : « Soit $n \in \mathbb{Z}$ ».
- Conclure explicitement : $\mathcal{S} = \dots$, phrase de comparaison, ou réponse contextualisée.

Méthode Contrôler un résultat. On peut tester une valeur simple, vérifier un signe attendu, contrôler une unité ou regarder si la réponse est cohérente avec la question.

Exemple Si une longueur est obtenue négative dans un problème, il faut vérifier la modélisation ou exclure cette valeur.



Définition (Contre-exemple) Un contre-exemple est un cas particulier qui rend une affirmation fausse. Il suffit d'un seul contre-exemple pour invalider une phrase commençant par « tous les ».

Exemple L'affirmation « si $x^2 = 9$, alors $x = 3$ » est fausse : $x = -3$ est un contre-exemple, car $(-3)^2 = 9$.

APPLICATIONS IMMEDIATES

1. Résoudre $3x - 8 = 2(x + 5)$.
2. Résoudre $-4x + 7 < 19$ et représenter les solutions sur une droite.
3. Factoriser $x^2 - 16$, puis résoudre $x^2 - 16 = 0$.
4. Simplifier $\frac{84}{126}$ en fraction irréductible.
5. Comparer $(x - 1)^2$ et $x^2 - 2x$.
6. Donner un contre-exemple à : « tout nombre dont le carré vaut 4 est égal à 2 ».

CHECKLIST AVANT LE DS1

- Je sais lire et représenter un intervalle.
- Je sais simplifier une fraction et une racine simple.
- Je sais développer ou factoriser une expression courte.
- Je sais reconnaître une équation produit nul.
- Je sais résoudre une inéquation et conclure avec un intervalle.
- Je sais introduire une variable dans une démonstration.
- Je sais utiliser un contre-exemple.
- Je sais écrire une phrase finale liée à la question posée.

Méthode Travail personnel. Refaire une feuille blanche : écrire sans le cours les définitions, propriétés et méthodes que l'on pense connaître, puis comparer avec cette synthèse et compléter ce qui manque.

⇒ Synthèse N06 : entraînement cumulatif et préparation du DS1.