

TD N12 — Suites arithmétiques et géométriques

Première générale — Spécialité mathématiques

Objectif du TD. Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique, déterminer sa raison, passer d'une relation de récurrence à une formule explicite, puis choisir un modèle adapté à une évolution discrète : ajout constant ou multiplication par un coefficient constant.

Méthode repère. Pour une suite arithmétique, on cherche une différence constante $u_{n+1} - u_n = r$. Pour une suite géométrique à termes non nuls, on cherche un quotient constant $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$.

Vigilance. Une augmentation de 5 unités ne se modélise pas comme une augmentation de 5 %. Dans le premier cas on ajoute ; dans le second on multiplie.

A — Réactivation et reconnaissance

1 ★ [CAL]

Calculer les cinq premiers termes de la suite définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = u_n + 4$.

2 ★ [CAL]

Calculer les cinq premiers termes de la suite définie par $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = 4v_n$.

3 ★ [REP]

Pour chaque liste, dire si l'on semble répéter une addition ou une multiplication.

2; 5; 8; 11; 14 2; 6; 18; 54; 162

80; 72; 64,8; 58,32 15; 11; 7; 3; -1

4 ★ [REP, CAL]

Compléter le tableau.

n	0	1	2	3
$u_n = 5 + 2n$				
$v_n = 5 \times 2^n$				

5 ★ [CAL]

Calculer les coefficients multiplicateurs associés aux évolutions suivantes : augmenter de 12 %, diminuer de 20 %, augmenter de 3 %, diminuer de 7 %.

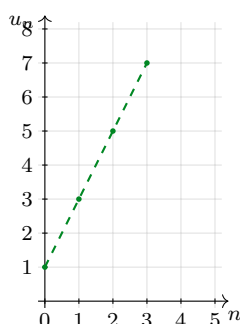
6 ★ [COM]

Compléter.

- Une suite arithmétique est une suite pour laquelle on passe d'un terme au suivant en
- Une suite géométrique est une suite pour laquelle on passe d'un terme au suivant en
- Le nombre constant utilisé s'appelle la

7 ★ [REP]

Observer les points ci-dessous.



Lire u_0, u_1, u_2, u_3 . La suite semble-t-elle arithmétique ? Justifier.

8 ★ [RAI]

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse.

- Si $u_{n+1} = u_n + 5$, alors (u_n) est arithmétique.
- Si $u_{n+1} = 5u_n$, alors (u_n) est arithmétique.
- Si une population augmente de 8 % par an, on peut utiliser une suite géométrique.

B — Applications directes

9 ★ [CAL]

Pour chacune des suites arithmétiques suivantes, calculer les termes demandés et donner l'expression du terme général en fonction de n .

- (u_n) de premier terme $u_0 = 7$ et de raison $r = 3$: calculer u_1, u_2, u_3 , donner l'expression de u_n , puis calculer u_{20} .
- (v_n) de premier terme $v_0 = 12$ et de raison $r = -2,5$: donner l'expression de v_n , puis calculer v_{10} et v_{30} .

10 ★★ [CAL, RAI]

Une suite arithmétique vérifie $u_4 = 11$ et a pour raison $r = 6$.

- Calculer u_5 et u_6 .
- Calculer u_0 .
- Donner l'expression de u_n en fonction de n .

11 ★★ [CAL, RAI]

Une suite arithmétique vérifie $a_3 = 18$ et $a_9 = 42$.

- Déterminer sa raison.
- Donner une expression de a_n en fonction de n .
- Calculer a_{20} .

12 ★★ [RAI]

Pour chaque suite définie sur $\mathbb{N}$, dire si elle est arithmétique. Justifier.

$$u_n = 4n - 1, \quad v_n = n^2 + 2, \quad w_n = \frac{3n + 5}{2}.$$

13 ★ [CAL]

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = 2$.

- Calculer u_1, u_2, u_3 .
- Donner l'expression de u_n en fonction de n .
- Calculer u_{12} .

14 ★ [CAL]

Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 80$ et de raison $q = 0,75$. Donner l'expression de v_n , puis calculer v_1, v_2 et v_5 .

15 ★★ [CAL, RAI]

Une suite géométrique vérifie $u_2 = 27$ et a pour raison $q = 3$.

1. Calculer u_3 et u_4 .
2. Calculer u_0 .
3. Donner l'expression de u_n en fonction de n .

16 ** [CAL, RAI]

Une suite géométrique à termes strictement positifs vérifie $v_1 = 6$ et $v_4 = 48$.

1. Déterminer sa raison.
2. Donner une expression de v_n en fonction de n .
3. Calculer v_8 .

17 ** [RAI]

Pour chaque suite définie sur $\mathbb{N}$, dire si elle est géométrique. Justifier.

$$u_n = 3 \times 2^n, \quad v_n = 2n + 1, \quad w_n = -5 \times 0,4^n.$$

18 ** [REP, CAL]

On donne les premiers termes de quatre suites.

	terme 0	terme 1	terme 2	terme 3
A	4	9	14	19
B	4	8	16	32
C	60	54	48,6	43,74
D	5	9	15	23

Classer les suites en arithmétique, géométrique ou ni l'une ni l'autre. Donner la raison lorsque c'est possible.

19 ** [MOD, CAL]

Un abonnement coûte 25 euros, puis chaque séance coûte 8 euros. On note u_n le coût total pour n séances.

1. Donner u_0 , puis exprimer u_n en fonction de n .
2. La suite est-elle arithmétique ou géométrique ?
3. Calculer le prix pour 14 séances.

20 ** [MOD, CAL]

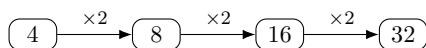
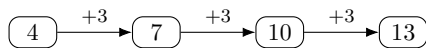
Une quantité de médicament diminue de 18 % chaque heure. On note u_n la quantité restante après n heures, avec $u_0 = 200$ mg.

1. Donner la raison de la suite.
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Calculer la quantité restante après 6 heures.

C — Approfondissement et changements de registre

21 ** [REP, RAI]

Les deux schémas suivants représentent deux modes d'évolution.



Pour chaque ligne, donner la nature de la suite, sa raison et une formule explicite.

22 ** [RAI, COM]

Un élève affirme : « La suite $u_n = 5n + 2$ est géométrique car on multiplie n par 5. »

1. Calculer u_0, u_1, u_2 .
2. Expliquer l'erreur.
3. Donner la nature correcte de la suite.

23 ** [RAI, COM]

Un élève affirme : « Une augmentation de 10 % tous les ans revient à ajouter 10 chaque année. » Corriger cette phrase en distinguant une évolution absolue et une évolution relative.

24 ** [RAI]

Soit (u_n) définie par $u_n = (n + 2)^2 - n^2$.

1. Simplifier l'expression de u_n .
2. Montrer que (u_n) est arithmétique.
3. Donner sa raison.

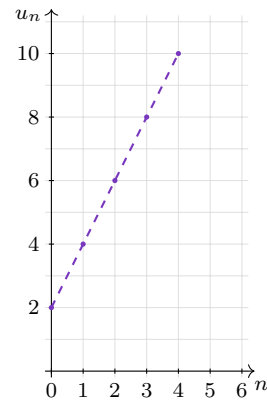
25 ** [RAI]

Soit (v_n) définie par $v_n = 7 \times 3^{n-1}$, pour $n \geq 1$.

1. Calculer v_1, v_2, v_3 .
2. Montrer que (v_n) est géométrique.
3. Donner sa raison et son premier terme.

26 ** [REP, CAL]

On donne la représentation graphique des premiers termes d'une suite.



1. Lire les cinq premiers termes visibles.
2. Proposer une formule explicite.
3. La suite est-elle arithmétique ou géométrique ?

27 ** [REP, CAL]

Compléter le tableau suivant pour comparer les deux modèles.

n	0	1	2	3	4
$u_n = 10 + 5n$					
$v_n = 10 \times 1,5^n$					

À partir de quel rang v_n dépasse-t-il u_n dans ce tableau ?

28 ** [CH, RAI]

Deux suites vérifient :

$$u_0 = 6, \quad u_{n+1} = u_n + 4 \quad \text{et} \quad v_0 = 6, \quad v_{n+1} = 4v_n.$$

1. Donner une formule explicite pour chaque suite.
2. Comparer u_4 et v_4 .
3. Expliquer pourquoi les deux suites ont pourtant le même premier terme et la même « valeur 4 » dans leur définition.

29 ** [RAI, COM]

Pour chacune des situations, choisir un modèle arithmétique ou géométrique et justifier.

1. Un réservoir perd 3 litres par minute.
2. Une population augmente de 2 % par an.
3. Une plante grandit de 4 cm chaque semaine.
4. Une valeur est divisée par 2 à chaque étape.

30 *** [RAI]

Soit (u_n) définie par $u_0 = 50$ et $u_{n+1} = 0,8u_n + 6$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3 .
2. Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.
3. Pourquoi ce type de suite peut-il tout de même modéliser une situation réelle ?

D — Problèmes et synthèse

31 *** [MOD, CAL]

Une salle de sport propose deux formules pour une année.

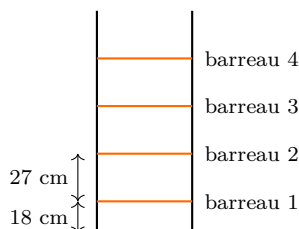
Formule A	120 € puis 8 € par séance
Formule B	30 € puis le prix total est multiplié par 1,12 à chaque niveau d'option

On note A_n le coût de la formule A pour n séances et B_n le coût de la formule B après n niveaux d'option.

1. Donner une formule explicite pour A_n .
2. Donner une formule explicite pour B_n .
3. Calculer A_{10} et B_{10} .
4. Expliquer pourquoi les deux modèles ne décrivent pas le même type d'évolution.

32 ***[MOD, REP]

Une échelle possède des barreaux régulièrement espacés. Le premier barreau est à 18 cm du sol, puis chaque barreau est 27 cm au-dessus du précédent.



On note u_n la hauteur du n -ième barreau, avec $n \geq 1$.

1. Donner u_1, u_2, u_3 .
2. Justifier que la suite est arithmétique et donner sa raison.
3. Donner une expression de u_n en fonction de n .
4. À quelle hauteur se trouve le 12-ième barreau ?

33 ***[MOD, CAL]

Une vidéo est partagée sur un réseau social. Le premier jour, elle est vue 400 fois. Chaque jour, le nombre de vues du jour est multiplié par 1,6. On note u_n le nombre de vues le jour n , avec $u_0 = 400$.

1. Justifier que (u_n) est géométrique.

2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Estimer le nombre de vues le jour 7.
4. Pourquoi ce modèle peut-il devenir irréaliste à long terme ?

34 ***[CH, MOD, RAI]

On observe l'évolution d'une grandeur.

Rang n	0	1	2	3
Valeur observée	120	132	145,2	159,72

1. Le modèle semble-t-il arithmétique ou géométrique ?
2. Déterminer la raison.
3. Proposer une formule explicite.
4. Prévoir la valeur au rang 8.

35 ***[CH, MOD, RAI]

Un village possède 8 000 habitants en 2026. Deux modèles sont proposés pour les années suivantes.

Modèle A : $u_n = 8000 + 240n$ Modèle B : $v_n = 8000 \times 1,03^n$

1. Pour chaque modèle, préciser s'il est arithmétique ou géométrique.
2. Interpréter concrètement le nombre 240 dans le modèle A.
3. Interpréter concrètement le nombre 1,03 dans le modèle B.
4. Calculer les prévisions des deux modèles pour 2036.
5. Rédiger une phrase comparant les deux prévisions.

36 ***[COM]

Bilan de méthode. Rédiger une fiche de quatre lignes maximum expliquant comment reconnaître :

suite arithmétique et suite géométrique.

Faire apparaître les mots : *différence, quotient, raison, modèle*.