

TD N11 — Suites : définition

Première générale — Spécialité mathématiques

Objectif du TD. Comprendre qu'une suite est une fonction définie sur des entiers, utiliser correctement les notations u_n , (u_n) , u_{n+1} , calculer des premiers termes et passer d'une formule explicite, d'une relation de récurrence, d'un tableau, d'un motif, d'un graphique ou d'un algorithme à une suite.

Méthode repère. Identifier le rang de départ, lire la définition de la suite, calculer les termes dans l'ordre si la suite est récurrente, puis présenter les résultats avec les notations correctes.

Vigilance. Ne pas confondre u_{n+1} , qui désigne le terme de rang $n+1$, et $u_n + 1$, qui désigne le terme u_n auquel on ajoute 1.

A — Réactivation et notations

① ★ [CAL]

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x + 3$. Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(5)$ et $f(10)$.

② ★ [REP]

On considère la liste :

4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16.

On décide que le premier nombre est u_0 . Donner u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .

③ ★ [REP]

Même question si l'on décide cette fois que le premier nombre de la liste précédente est v_1 . Donner v_1 , v_2 , v_3 , v_4 et v_5 .

④ ★ [COM]

Compléter avec les mots : *suite*, *terme*, *rang*. Dans l'écriture $u_6 = 17$, le nombre 6 est le et 17 est le de u .

⑤ ★ [CAL]

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 1$. Calculer u_0 , u_1 , u_2 , u_5 .

⑥ ★ [CAL, COM]

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 3n - 2$. Exprimer en fonction de n :

u_{n+1} , $u_n + 1$, u_{2n} .

Expliquer pourquoi u_{n+1} et $u_n + 1$ ne désignent pas la même chose.

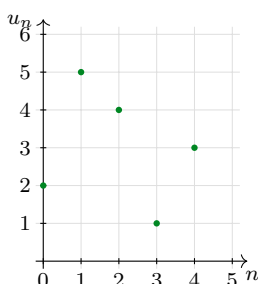
⑦ ★ [REP]

Compléter le tableau pour la suite définie par $u_n = 5 - n$.

n	0	1	2	3	4
u_n					

⑧ ★ [REP]

On donne le nuage de points associé aux premiers termes d'une suite (u_n) . Lire u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .



B — Applications directes

⑨ ★ [CAL]

Pour chaque suite définie explicitement, calculer les quatre premiers termes u_0 , u_1 , u_2 , u_3 .

a) $u_n = 4n + 1$

b) $u_n = n^2 - 3n$

c) $u_n = 2^n - 1$

⑩ ★ [CAL, REP]

La suite (a_n) est définie pour tout entier $n \geq 1$ par $a_n = \frac{12}{n}$.

1. Quel est le premier terme de cette suite ?

2. Calculer a_1 , a_2 , a_3 et a_6 .

⑪ ★★ [CAL, REP]

La suite (b_n) est définie pour tout entier $n \geq 3$ par $b_n = 2n - 7$.

1. Quel est son rang de départ ?

2. Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

⑫ ★ [CAL]

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 4$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .

⑬ ★★ [CAL]

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n - 1$. Calculer v_1 , v_2 , v_3 et v_4 .

⑭ ★★ [CAL]

Soit (w_n) la suite définie par $w_1 = 10$ et, pour tout entier $n \geq 1$, $w_{n+1} = \frac{w_n}{2} + 3$. Calculer w_2 , w_3 et w_4 .

⑮ ★ [REP, CAL]

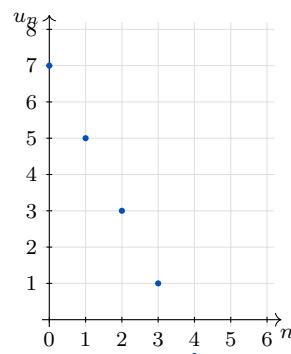
On donne le tableau suivant.

n	0	1	2	3	4
u_n	1	4	7	10	13

Proposer une formule explicite possible pour u_n .

⑯ ★★ [REP]

On a représenté les premiers termes d'une suite (u_n) .



1. Lire les cinq premiers termes visibles.
2. Proposer une formule explicite possible.

17 ** [MOD, CAL]

Un club compte 120 adhérents en 2025. Chaque année, il perd 8 adhérents et en accueille 15 nouveaux. On note u_n le nombre d'adhérents en 2025 + n .

1. Donner u_0 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

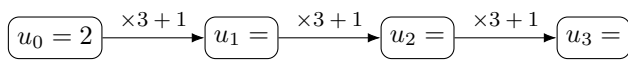
18 ** [MOD, CAL]

Une application mobile envoie une notification le premier jour, puis trois notifications de plus chaque jour. On note u_n le nombre de notifications envoyées le jour n , avec $u_0 = 1$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Donner une formule de récurrence pour u_{n+1} .
3. Proposer une formule explicite pour u_n .

19 ** [REP, CAL]

Compléter le schéma en flèches pour la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 1$.



20 ** [CAL, REP]

On considère l'algorithme suivant.

```

U ← 4
Pour i allant de 1 à 5
  U ← 2U - 3
  Afficher U
Fin Pour
  
```

1. Quels nombres sont affichés ?
2. Donner une définition par récurrence de la suite calculée.

C — Approfondissement

21 ** [RAI, COM]

Un élève écrit : « La suite (u_n) définie par $u_n = 2n + 1$ vérifie $u_{n+1} = 2n + 2$. »

1. Calculer correctement u_{n+1} .
2. Expliquer l'erreur.

22 ** [RAI, COM]

Un élève calcule les premiers termes de la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n^2 + 2$. Il écrit :

$$u_1 = 3, \quad u_2 = 5, \quad u_3 = 7.$$

Repérer l'erreur et corriger les valeurs de u_2 et u_3 .

23 ** [REP, CAL]

Pour chaque suite, dire si elle est définie explicitement ou par récurrence.

- a) $u_n = 7n - 4$
- b) $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = 5 - v_n$
- c) $w_n = n^2 + 3n$
- d) $a_1 = 6$ et $a_{n+1} = a_n + n$

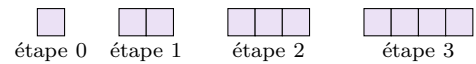
24 ** [CAL, RAI]

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

1. Calculer u_2 , u_3 , u_4 , u_5 .
2. Pour calculer u_{10} , pourquoi faut-il connaître les termes précédents ?

25 ** [REP, MOD]

On construit une figure avec des carrés comme ci-dessous.

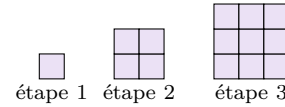


On note u_n le nombre de carrés à l'étape n .

1. Donner u_0 , u_1 , u_2 , u_3 .
2. Proposer une formule explicite pour u_n .
3. Proposer une relation de récurrence vérifiée par cette suite.

26 ** [REP, MOD]

On construit maintenant les figures suivantes.



On note v_n le nombre de petits carrés à l'étape n , avec $n \geq 1$.

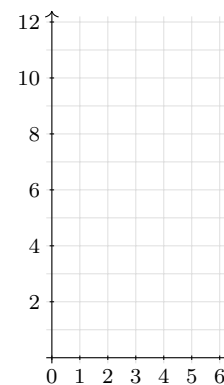
1. Donner v_1 , v_2 , v_3 .
2. Proposer une formule explicite pour v_n .
3. Quel est le rang de départ de cette suite ?

27 ** [CH, REP]

On veut représenter la suite définie par $u_n = 2n + 1$ pour $0 \leq n \leq 5$.

1. Compléter le tableau des valeurs.
2. Placer les points $(n; u_n)$ dans le repère.

n	0	1	2	3	4	5
u_n						



28 *** [CH, RAI]

Deux suites sont définies ainsi :

$$u_n = 3n + 2$$

et

$$v_0 = 2, \quad v_{n+1} = v_n + 3.$$

1. Calculer les cinq premiers termes de chaque suite.
2. Que peut-on conjecturer ?
3. Vérifier que la formule $v_n = 3n + 2$ convient pour $n = 0, 1, 2, 3, 4$.

29 *** [CH, MOD]

Inventer une suite (u_n) qui vérifie simultanément :

$$u_0 = 4, \quad u_1 = 9, \quad u_2 = 14.$$

Donner une définition explicite possible, puis une définition par récurrence possible.

D — Problèmes, registres et synthèse

30 *** [MOD, CAL]

Un théâtre propose une carte annuelle à 18 euros. Chaque place coûte ensuite 7 euros. On note u_n le prix total payé pour la carte et n places.

1. Donner une formule explicite de u_n .
2. Calculer u_0, u_1, u_5 et u_{12} .
3. Interpréter u_0 dans le contexte.
4. Si une personne a payé 102 euros, combien de places a-t-elle achetées ?

31 *** [MOD, CAL]

Une association possède 80 livres. Chaque mois, elle donne 6 livres et en achète 10. On note u_n le nombre de livres après n mois.

1. Donner u_0 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Calculer u_1, u_2, u_3 .
4. Proposer une formule explicite pour u_n , puis vérifier qu'elle donne bien u_3 .

32 *** [MOD, REP]

On observe un motif construit avec des allumettes.



- On note u_n le nombre d'allumettes à l'étape n , avec $n \geq 1$.
1. Donner u_1, u_2, u_3 .
 2. Combien d'allumettes ajoute-t-on à chaque nouvelle étape ?
 3. Proposer une relation de récurrence.
 4. Proposer une formule explicite pour u_n .

33 *** [CH, CAL]

On considère la suite dite de Syracuse, définie à partir de $u_0 = 14$:

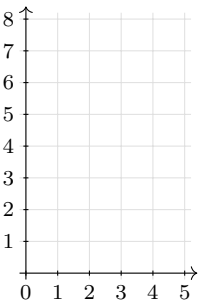
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair,} \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair.} \end{cases}$$

Calculer les termes jusqu'à obtenir 1. Présenter les résultats sous forme de liste.

34 *** [CH, REP, COM]

On veut définir une suite de quatre façons différentes : par une phrase, par un tableau, par une formule explicite et par un graphique. Choisir une suite simple, puis compléter les quatre registres ci-dessous.

Phrase :
Formule : $u_n =$
Tableau : $u_0 =$ $u_1 =$ $u_2 =$
Graphique : placer les points $(0; u_0), (1; u_1), (2; u_2)$.



35 *** [COM]

Bilan de méthode. Rédiger en quatre lignes maximum une réponse à la question : *Comment reconnaître et utiliser les différents modes de définition d'une suite ?* Employer les mots : *rang, terme, explicite, récurrence*.