

TD N04 — Repérage, vecteurs et colinéarité

Première générale — Spécialité mathématiques

Objectif. Calculer des coordonnées de vecteurs, utiliser milieux et longueurs, tester une colinéarité, puis étudier des configurations simples (alignement, parallélisme, parallélogramme) dans un repère.

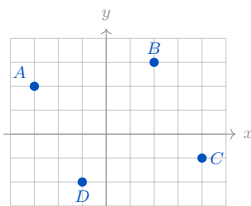
Conseils. Toujours distinguer point et vecteur : pour $\overrightarrow{AB}$, faire « arrivée moins départ ». Pour conclure, préciser l'objet étudié : points alignés, droites parallèles, vecteurs colinéaires ou quadrilatère particulier.

Repères. Les figures sur grille demandent une lecture ou une construction : vérifier ensuite toute lecture graphique par un calcul.

A — Réactivation et automatismes contextualisés

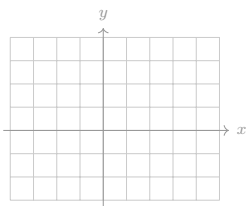
1 ★ [REP]

Lire les coordonnées des points A , B , C et D .



2 ★ [REP]

Placer les points $E(-2; 3)$, $F(4; 2)$, $G(1; -2)$, $H(-3; -1)$.



3 ★ [CAL]

Calculer les coordonnées de chaque vecteur $\overrightarrow{AB}$.

- a) $A(1; 2)$, $B(5; 4)$ b) $C(-3; 1)$, $D(2; -2)$
c) $E(4; -1)$, $F(-2; 3)$ d) $G(-5; -2)$, $H(-1; -2)$

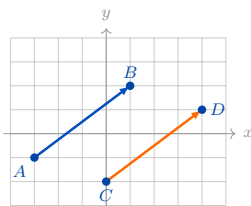
4 ★ [CAL, COM]

Soit $A(-2; 5)$ et $B(3; 1)$.

- Calculer $\overrightarrow{AB}$, puis $\overrightarrow{BA}$.
- Compléter : $\overrightarrow{BA} = \dots \overrightarrow{AB}$.
- Expliquer en une phrase l'effet du changement d'ordre.

5 ★ [REP, CAL]

Les deux flèches représentent-elles le même vecteur ? Justifier par un calcul.



6 ★ [CAL]

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Calculer $\vec{u} + \vec{v}$, $2\vec{u}$, $-\vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$.

7 ★ [CAL]

Calculer les coordonnées du milieu de $[AB]$.

- a) $A(1; 5)$, $B(7; 1)$ b) $A(-4; 2)$, $B(2; -6)$
c) $A(-3; -1)$, $B(5; 3)$ d) $A(0; 7)$, $B(6; 7)$

8 ★★ [RAI, COM]

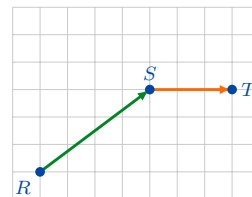
Un élève écrit : « $A(2; -1)$, $B(5; 4)$, donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-5 \\ -1-4 \end{pmatrix}$. » Repérer l'erreur, puis rédiger le calcul correct.

B — Applications directes

9 ★ [REP, CAL]

Un robot passe de $R(-3; -2)$ à $S(1; 1)$, puis de S à $T(4; 1)$.

- Calculer $\overrightarrow{RS}$, $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{RT}$.
- Vérifier la relation $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{RT}$.
- Interpréter cette relation dans le contexte.



10 ★ [CAL]

Dans un repère orthonormé, calculer les longueurs.

- a) $A(0; 0)$, $B(3; 4)$ b) $C(-2; 1)$, $D(4; 1)$
c) $E(-1; -2)$, $F(2; 2)$ d) $G(5; 3)$, $H(1; 0)$

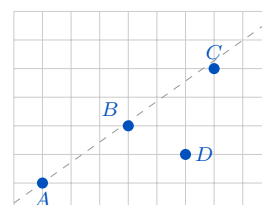
11 ★★ [CAL, RAI]

Dire si les vecteurs sont colinéaires.

- a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$
b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -15 \end{pmatrix}$
c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$
d) $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$

12 ★★ [REP, RAI]

La figure suggère que A , B et C sont alignés. Le point D semble-t-il aussi sur cette droite ? Confirmer par un calcul.



13 ** [CAL, RAI]

Déterminer si les points sont alignés.

- $A(1; 2), B(3; 5), C(5; 8)$
- $D(-1; 4), E(2; 1), F(5; -3)$
- $G(0; 0), H(2; -6), I(-1; 3)$
- $J(1; 1), K(4; 2), L(7; 4)$

14 ** [CAL, RAI]

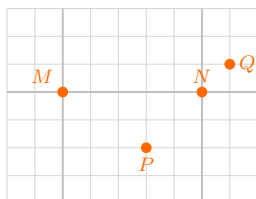
Déterminer si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

- $A(0; 1), B(3; 3), C(-1; -2), D(5; 2)$
- $A(2; -1), B(6; 1), C(-3; 4), D(1; 7)$
- $A(-2; 0), B(1; 4), C(0; -1), D(3; 3)$

15 ** [REP, CAL]

Sur le plan d'une ville, les points M, N, P, Q représentent des carrefours.

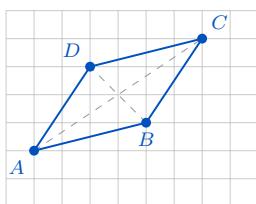
- Lire les coordonnées des quatre points.
- Calculer $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$.
- Les rues (MN) et (PQ) sont-elles parallèles ?



16 ** [CAL, RAI]

On considère $A(-3; -1), B(1; 0), C(3; 3)$ et $D(-1; 2)$.

- Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
- Calculer $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$.
- Conclure sur la nature du quadrilatère $ABCD$.



C — Entraînement approfondi

17 ** [RAI, COM]

Pour chaque objectif, choisir une méthode adaptée : vecteurs égaux, milieux des diagonales, colinéarité ou longueur.

- Prouver que trois points sont alignés.
- Prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme.
- Prouver que deux droites sont parallèles.
- Comparer deux segments dans un repère orthonormé.

18 ** [CAL, RAI]

Soient $A(-2; 1), B(4; 2), C(5; -1), D(-1; -2)$.

- Calculer le milieu de $[AC]$.
- Calculer le milieu de $[BD]$.
- Que peut-on conclure pour $ABCD$?

19 ** [CAL, RAI]

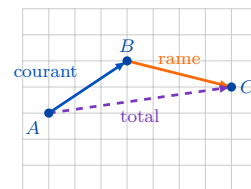
On connaît $A(-3; 2)$ et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$.

- Trouver les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
- Trouver les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{CA} = \vec{u}$.
- Expliquer pourquoi les deux questions ne donnent pas le même point.

20 ** [MOD, CAL]

Un kayak subit un courant représenté par $\overrightarrow{AB}$, puis le rameur ajoute un déplacement représenté par $\overrightarrow{BC}$.

- Calculer les deux déplacements successifs.
- Calculer le déplacement total.
- Retrouver ce déplacement total par une somme de vecteurs.



21 ** [RAI, COM]

Corriger les conclusions mal formulées.

- « Les vecteurs sont alignés. »
- « Les points sont parallèles. »
- « Les droites sont colinéaires. »
- « Les coordonnées du point $\overrightarrow{AB}$ sont $(3; 2)$. »

22 ** [CAL, RAI]

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} k \\ 15 \end{pmatrix}$.

- Déterminer la valeur de k pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.
- Pour cette valeur, écrire une relation du type $\vec{v} = \lambda \vec{u}$.

23 ** [CAL, RAI]

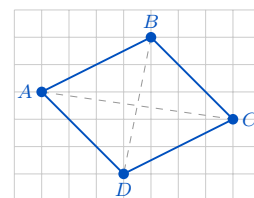
On considère $A(1; 2), B(5; 4)$ et $C(t; 8)$.

- Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- Déterminer t pour que A, B, C soient alignés.
- Rédiger une conclusion complète.

24 *** [CH, RAI]

On considère le quadrilatère représenté ci-contre.

- Lire les coordonnées des points.
- Tester si $ABCD$ est un parallélogramme avec des vecteurs.
- Tester la même conclusion avec les milieux des diagonales.
- Comparer les deux méthodes.



25 *** [CH, RAI, COM]

Soient $A(-2; 1), B(4; 3), C(2; -3)$.

- Calculer les longueurs AB, AC et BC .
- Le triangle ABC est-il isocèle ? rectangle ? Justifier.

3. Expliquer pourquoi une figure seule ne suffit pas à conclure.

26 *** [CH, MOD, RAI]

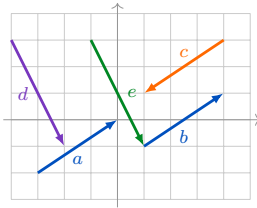
Dans un parc, trois chemins rectilignes relient les points $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(4; 0)$, $D(-2; -3)$.

1. Les chemins (AB) et (DC) sont-ils parallèles ?
2. Les chemins (AD) et (BC) sont-ils parallèles ?
3. Le parcours $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ forme-t-il un parallélogramme ?
4. Proposer une phrase de conclusion accessible à un élève de seconde.

27 *** [CH, REP, RAI]

La figure montre plusieurs flèches tracées sur la même grille.

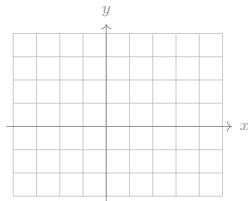
1. Regrouper les flèches qui représentent des vecteurs égaux.
2. Repérer deux vecteurs opposés.
3. Repérer deux vecteurs colinéaires mais non égaux.
4. Justifier une réponse par des coordonnées.



28 *** [CH, CAL, RAI]

On donne $A(-3; 1)$, $B(1; 3)$ et $C(4; 0)$. On cherche D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

1. Placer A , B , C , puis conjecturer D .
2. Déterminer D par $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
3. Vérifier avec une autre égalité de vecteurs.

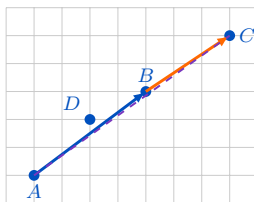


D — Synthèse, problèmes et prises d'initiative

29 *** [CH, MOD, RAI]

Un drone part de $A(-3; -2)$, passe par $B(1; 1)$, puis par $C(4; 3)$. Un point de recharge est en $D(-1; 0)$.

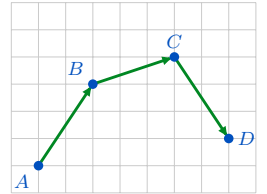
1. Calculer les déplacements $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Le point D est-il sur le trajet direct de A vers C ?
3. Le passage par B change-t-il le déplacement total ?
4. Rédiger une phrase utilisant la relation de Chasles.



30 *** [CH, REP, RAI]

Un parcours sur une grille passe par A , B , C , puis D .

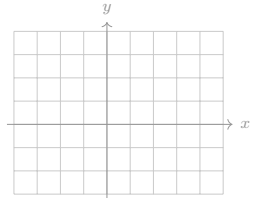
1. Calculer $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$.
2. Calculer $\overrightarrow{AD}$.
3. Vérifier que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.
4. Inventer un autre parcours en trois déplacements ayant le même déplacement total.



31 *** [CH, CAL, RAI]

On donne $A(-1; 3)$, $B(4; 1)$, $C(2; -2)$. On cherche le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

1. Utiliser l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ pour déterminer D .
2. Vérifier avec les milieux des diagonales.
3. Placer les quatre points dans un repère.



32 *** [CH, RAI, COM]

Dire si chaque affirmation est vraie, fausse ou insuffisamment précise. Justifier.

1. Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors $ABDC$ est un parallélogramme.
2. Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, alors A , B , C sont alignés.
3. Si deux vecteurs ont la même longueur, alors ils sont égaux.
4. Si deux droites sont parallèles, alors tous leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.

33 *** [CH, MOD, COM]

Inventer un problème de géométrie repérée qui utilise : quatre points dans un repère, un calcul de vecteur, un test de colinéarité, une conclusion géométrique rédigée. Donner ensuite un début de solution, sans aller jusqu'au corrigé complet.

34 *** [CH, COM]

Rédiger une courte synthèse en cinq lignes maximum : expliquer comment choisir entre calculer un vecteur, tester une colinéarité, calculer un milieu ou calculer une longueur dans une configuration repérée.

35 *** [CH, CAL, COM]

On donne $A(1; 2)$, $B(5; 5)$ et $C(t; -1)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Déterminer t pour que A , B et C soient alignés.
3. Rédiger une conclusion géométrique complète.

36 *** [CH, COM]

On donne $A(0; 0)$, $B(4; 0)$, $C(4; 3)$ et $D(0; 3)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.
2. Expliquer, sans nouveau calcul, pourquoi ce résultat était prévisible pour n'importe quel quadrilatère fermé.
3. Vérifier votre explication sur un quadrilatère de votre

choix.

37***[CH, RAI]

Défi éclair. Trouver deux points E et F , différents

de A et B , tels que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$, avec $A(-2;1)$ et $B(1;3)$. Proposer une deuxième réponse, puis expliquer pourquoi il y en a une infinité.