

TD N03 — Fonctions : lectures, signe et variations

Première générale — Spécialité mathématiques

Objectif. Lire, calculer et interpréter des images et des antécédents; passer d'une expression à un tableau ou à une courbe; étudier graphiquement un signe et des variations; choisir le registre le plus efficace.

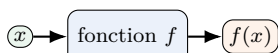
Conseils. Une valeur lue sur un graphique est souvent approximative; une valeur calculée à partir d'une expression peut être exacte. Distinguer les nombres x , les valeurs $f(x)$, les points $(x; f(x))$, la ligne $f(x)$ d'un tableau de signes et la ligne f d'un tableau de variations.

Repères. Les courbes et tableaux ne sont pas décoratifs : ils doivent être lus, complétés, comparés ou construits.

A — Réactivation et automatismes

① ★ [REP, COM]

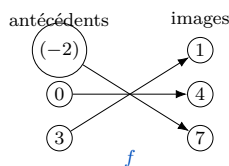
La machine fonction.



Compléter : $f(3) = 7$ signifie que 3 est un de 7, et que 7 est l'.... de 3. Écrire de même une phrase pour $g(-2) = 5$.

② ★ [REP]

Diagramme de correspondance. Lire $f(-2)$, $f(0)$ et $f(3)$. Donner un antécédent de 4, puis écrire les trois égalités représentées.



③ ★ [CAL]

Calculer des images.

$$f(x) = 2x - 3 : f(4), f(-1), f(0),$$

$$g(x) = x^2 - 5 : g(-2), g(1), g(3),$$

$$h(x) = 5 - \frac{x}{2} : h(0), h(6).$$

④ ★ [CAL, COM]

Chercher des antécédents par le calcul. Pour $u(x) = 3x + 1$, trouver l'antécédent de 7, de 1, de -5 et de 0. Rédiger au moins une résolution.

⑤ ★ [REP]

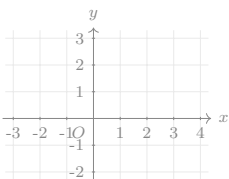
Lire un tableau de valeurs.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	3	0	-1	0	3

Lire $f(-2)$, $f(0)$, les antécédents de 0, puis tous les antécédents de 3 visibles dans ce tableau.

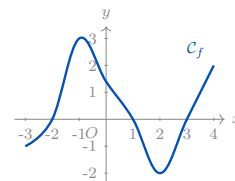
⑥ ★ [REP]

Du tableau au repère. Placer les cinq points de l'exercice précédent. Peut-on les relier sans information supplémentaire? Justifier.



⑦ ★ [REP]

Lecture directe. Lire $f(-3)$, $f(0)$, $f(2)$, puis donner les antécédents de 0.



⑧ ★★ [RAI, COM]

Image ou antécédent? Un élève écrit : « $f(2) = -2$, donc -2 est un antécédent de 2. » Expliquer l'erreur et corriger la phrase.

⑨ ★ [MOD, CAL]

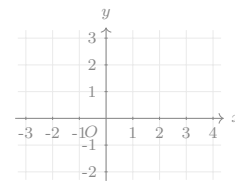
Conversion de température. Une température x en degrés Celsius est convertie en degrés Fahrenheit par $F(x) = 1,8x + 32$. Calculer $F(0)$ et $F(20)$, puis chercher l'antécédent de 68. Interpréter chaque résultat par une phrase.

B — Applications directes

⑩ ★ [CAL, REP]

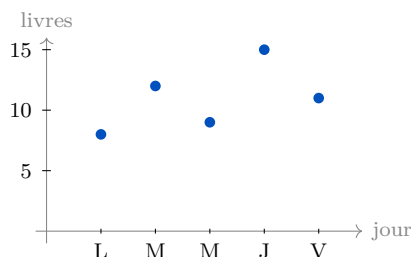
Expression, tableau, points. Pour $p(x) = x^2 - 1$, compléter le tableau puis placer les points :

x	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	...	...	...	...	...



⑪ ★★ [REP, RAI]

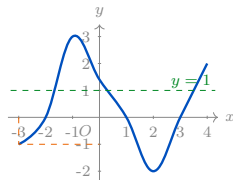
Une courbe continue? Le tableau donne le nombre de livres empruntés chaque jour au CDI. Représenter les données par des points.



Faut-il relier les points? Justifier.

12 ★ [REP]

Lire une image et des antécédents. Lire $f(-3)$, puis les antécédents approximatifs de 1. Expliquer le rôle de la droite horizontale.



13 ★★ [REP, RAI]

Résoudre graphiquement. À partir de la courbe de l'exercice précédent, résoudre sur $[-3; 4]$:

$$f(x) = 0, \quad f(x) > 0, \quad f(x) \leq 0.$$

Répondre avec des ensembles ou des intervalles adaptés.

14 ★★ [REP]

Courbe vers tableau de signes. Dresser le tableau de signes de f sur $[-3; 4]$, à partir de la courbe des exercices précédents. La seconde ligne doit être notée $f(x)$.

15 ★★ [REP, RAI]

Tableau de signes vers phrases.

x	-5	-1	2	6	
$g(x)$	+	0	-	0	+

Donner les zéros de g , puis résoudre $g(x) > 0$ et $g(x) \leq 0$.

16 ★★ [REP, RAI]

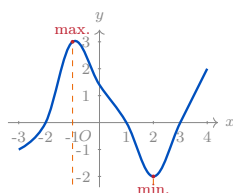
Lire des variations.

x	-3	-1	2	4
f	-1	→ 3	→ -2	→ 2

Donner les intervalles où f est croissante ou décroissante, puis les valeurs et les abscisses des extremums visibles.

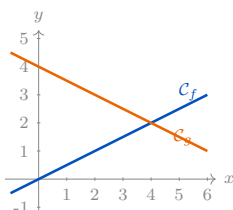
17 ★★ [REP]

Courbe vers variations. Dresser le tableau de variations de f sur $[-3; 4]$. La ligne de variation doit être notée f .



18 ★★ [REP, RAI]

Comparer deux fonctions. Lire approximativement les solutions de $f(x) = g(x)$, puis les valeurs de x pour lesquelles $f(x) > g(x)$. Indiquer quelle fonction est croissante.



19 ★★ [REP, COM]

Choisir l'outil efficace. Pour chaque question, choisir entre expression, tableau de valeurs, tableau de signes, tableau de variations et courbe :

1. calculer exactement $f(5)$;
2. connaître rapidement les zéros ;
3. savoir où $f(x) > 0$;
4. décrire où f augmente ;
5. comparer plusieurs images données.

C — Entraînement approfondi

20 ★★ [REP, RAI]

Ce tableau suffit-il ?

x	-3	-1	0	2	4
$f(x)$	-1	3	1,4	-2	2

Quels points peut-on placer ? Peut-on affirmer que f est décroissante sur $[-1; 2]$? Peut-on connaître tous ses zéros ? Justifier chaque réponse.

21 ★★ [RAI, COM]

Vrai, faux ou insuffisant ?

1. « Si $f(-1) = 3$, alors -1 est l'image de 3. »
2. « Si $f(x) > 0$, alors C_f est au-dessus de l'axe des abscisses. »
3. « Si f est croissante, toutes ses images sont positives. »
4. « Un tableau de variations donne toujours les zéros de f . »

22 ★★ [REP, RAI]

Construire un tableau de signes. La fonction f est définie sur $[-5; 6]$, ses zéros sont -2 , 1 et 4 , et

$$f(x) > 0 \quad \text{sur} \quad] -2; 1[\cup] 4; 6].$$

Dresser son tableau de signes complet.

23 ★★ [REP, RAI]

Variations et signe : ne pas confondre.

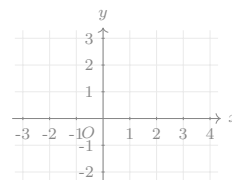
x	-4	-1	3	5
g	2	→ -3	→ 4	→ 1

Comparer $g(-4)$ et $g(-1)$, donner les extremums visibles, puis expliquer pourquoi le signe de $g(x)$ n'est pas entièrement déterminé par ce tableau.

24 ★★★ [CH, REP]

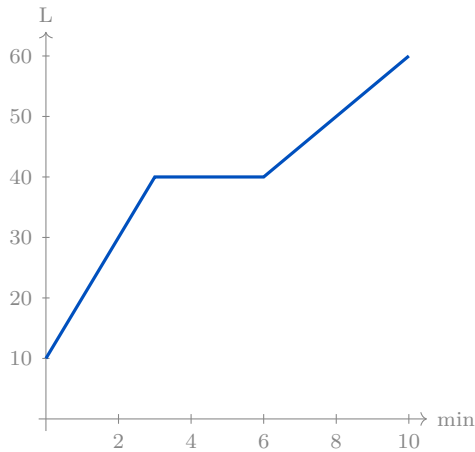
Une courbe possible.

Construire une courbe sur $[-3; 4]$ telle que $u(-3) = 1$, $u(0) = -2$ et $u(4) = 3$. La fonction u est décroissante puis croissante, et $u(x) = 0$ admet exactement deux solutions.



25 ** [REP, MOD]

Remplissage d'un réservoir.



Décrire l'évolution du volume d'eau. Pendant combien de temps le volume est-il constant ? Lire le volume au bout de 8 minutes. Proposer une explication concrète au palier.

26 ** [REP, COM]

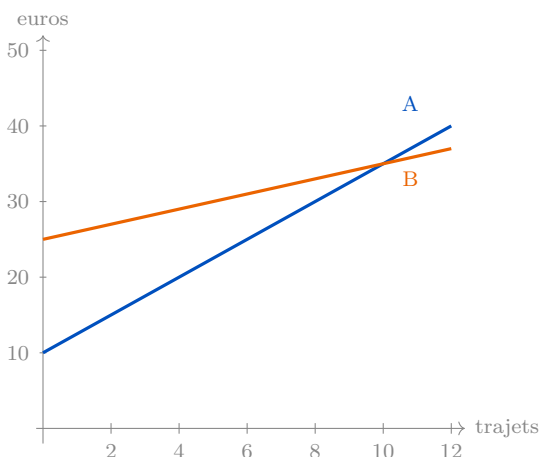
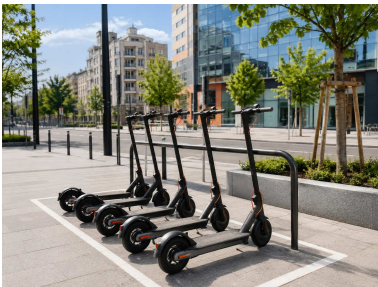
Nombres ou points ? Corriger :

« Les zéros de f sont les points $(-2; 0)$, $(1; 0)$ et $(3; 0)$. »

Distinguer les points d'intersection avec l'axe des abscisses et les nombres solutions de $f(x) = 0$.

27 *** [MOD, REP, CAL]

Trottinettes en libre-service. Deux formules sont proposées : A, 10 € d'abonnement puis 2,50 € par trajet ; B, 25 € d'abonnement puis 1 € par trajet.



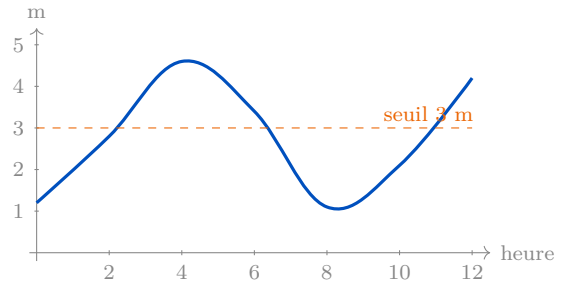
1. Écrire $A(x)$ et $B(x)$ pour x trajets.

2. Lire graphiquement le seuil d'égalité des deux formules.
3. Vérifier ce seuil par le calcul.
4. Conclure selon le nombre de trajets.

D — Synthèse, problèmes et prises d'initiative

28 *** [REP, RAI]

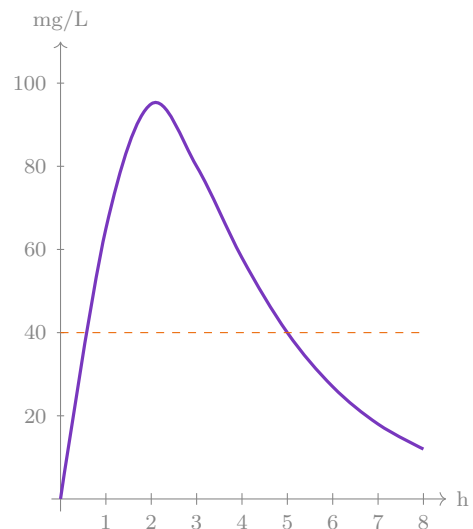
Hauteur de marée.



Lire les périodes de montée et de descente. Estimer les heures où la hauteur atteint 3 m. Pendant quelles périodes dépasse-t-elle 3 m ?

29 *** [REP, MOD]

Concentration d'un médicament. La ligne pointillée représente le seuil d'efficacité 40 mg/L.



Estimer l'heure du maximum, la durée pendant laquelle le traitement est efficace et le nombre d'antécédents de 40.

30 *** [CH, REP, RAI]

Reconstituer une fonction. Une fonction f est définie sur $[-5; 5]$. Elle admet un minimum -3 pour $x = -2$, un maximum 4 pour $x = 2$, elle possède exactement trois zéros et vérifie $f(-5) = 1$, $f(5) = -1$.

1. Construire un tableau de variations possible.
2. Tracer une courbe compatible.
3. Vérifier une à une les contraintes.

31 *** [CH, RAI, COM]

Plusieurs réponses possibles. Inventer une fonction, donnée par une courbe ou un tableau, telle que :

- $f(0) = 2$;
- 3 possède exactement deux antécédents ;
- $f(x) < 0$ pour au moins une valeur de x ;
- f admet un minimum.

Rédiger trois phrases permettant de contrôler la production.

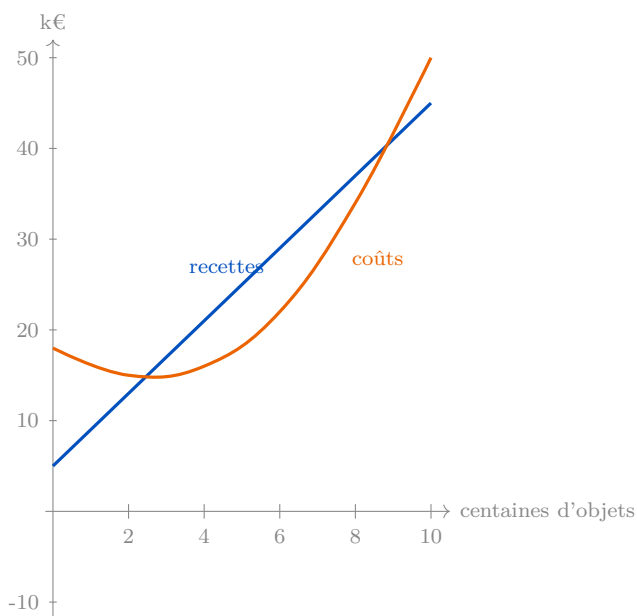
32 *** [RAI, COM]

Débat de méthodes. Pour déterminer les solutions de $f(x) > 0$, Élise veut calculer, Sami veut lire la courbe, Nora veut utiliser un tableau de signes.

1. Dans quels cas chaque méthode est-elle pertinente ?
2. Quelle information minimale faut-il posséder ?
3. Donner un exemple où deux méthodes sont possibles mais où l'une est plus efficace.

33 *** [REP, RAI, MOD]

Recettes et coûts. Une entreprise est bénéficiaire lorsque ses recettes dépassent ses coûts.

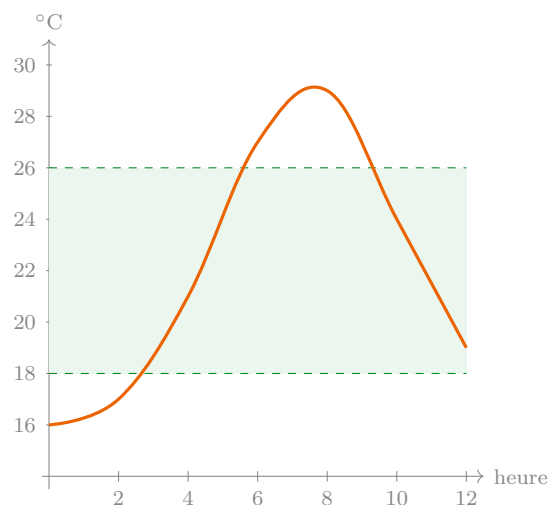


1. Estimer les seuils d'équilibre.
2. Indiquer les quantités pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.

3. Expliquer pourquoi les réponses sont approximatives.

34 *** [REP, RAI, MOD]

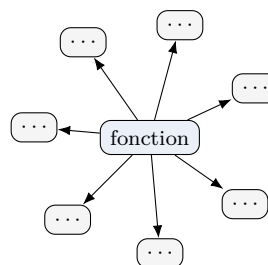
Température dans une serre. La zone verte correspond à la plage recommandée, entre 18°C et 26°C.



Estimer les périodes où la température est adaptée, trop basse et trop élevée.

35 *** [REP, COM]

Carte mentale de synthèse. Compléter la carte avec les mots : *image*, *antécédent*, *zéro*, *signe*, *variation*, *maximum*, *expression*, *courbe*. Ajouter une phrase correcte pour quatre branches.



Bilan personnel. Je sais :

- ☐ lire et calculer une image, un antécédent ;
- ☐ passer de la courbe au tableau (signes, variations) et inversement ;
- ☐ distinguer la ligne $f(x)$ d'un tableau de signes et la ligne f d'un tableau de variations ;
- ☐ choisir le registre le plus efficace.

Exercices à reprendre :