

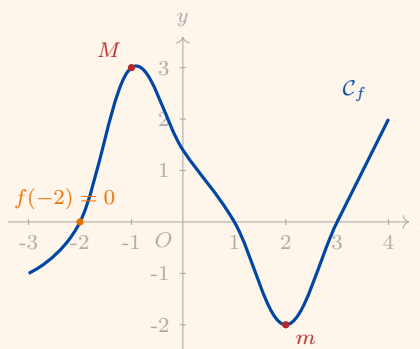
OBJECTIFS

- lire une image et un antécédent ;
- passer d'une expression à un tableau ou à une courbe ;
- lire le signe d'une fonction sur un graphique ;
- décrire les variations d'une fonction ;
- utiliser correctement les tableaux 'tkz-tab' ;
- choisir le registre adapté : expression, tableau ou courbe.

ACTIVITÉ DE DÉPART

On observe la courbe d'une fonction f .

1. Lire $f(-2)$, puis $f(2)$.
2. Donner un antécédent de 0.
3. Où la courbe est-elle au-dessus de l'axe des abscisses ?
4. Où la fonction semble-t-elle augmenter ? diminuer ?

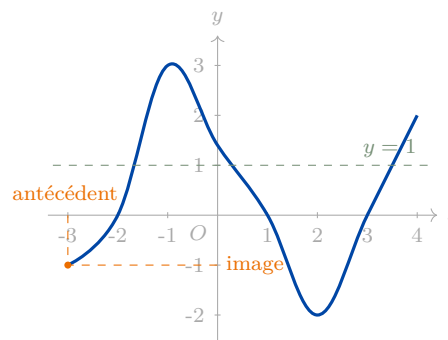


1. Fonction, image, antécédent

Définition (Fonction) Une fonction f associe à chaque nombre x d'un ensemble de départ au plus un nombre, noté $f(x)$. Le nombre x est un antécédent, et $f(x)$ est son image.

Propriété (Image) Lire l'image de a par f , c'est déterminer $f(a)$. Sur la courbe C_f , on part de l'abscisse a , on rejoint la courbe, puis on lit l'ordonnée.

Propriété (Antécédent) Lire un antécédent de b , c'est chercher un nombre x tel que $f(x) = b$. Sur une courbe, on regarde les abscisses des points de C_f situés à la hauteur b .



Méthode Pour lire graphiquement $f(a)$, on part de a sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe. Pour résoudre graphiquement $f(x) = b$, on trace mentalement la droite horizontale $y = b$ et on lit les abscisses des points d'intersection.

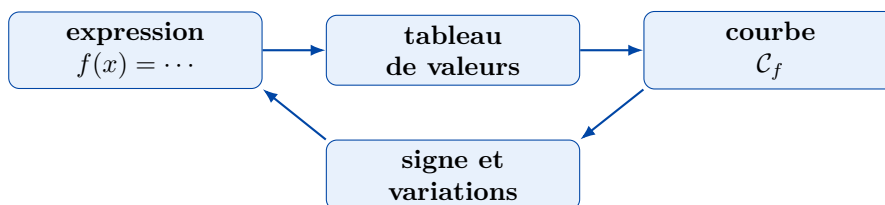
Exemple Sur la courbe ci-dessus, on lit $f(-3) = -1$. Pour chercher des antécédents de 1, on repère les points de la courbe situés sur la droite $y = 1$. Il peut y avoir zéro, un ou plusieurs antécédents.

Vigilance. Ne pas confondre image et antécédent : dans $f(-3) = -1$, le nombre -3 est un antécédent, tandis que -1 est son image.

⇒ TD N03 – Partie A : vocabulaire, images, antécédents et lectures directes.

2. Changer de registre : expression, tableau, courbe

Définition (Registres d'une fonction) Une fonction peut être donnée par une expression, un tableau de valeurs, une courbe ou une situation. Chaque registre rend certaines informations plus visibles.



Méthode Pour passer d'une expression à un tableau, on choisit des valeurs de x , puis on calcule les valeurs $f(x)$. Pour passer d'un tableau à une courbe, on place les points $(x; f(x))$, puis on relie seulement si le contexte indique que la fonction est définie entre ces points.

x	-3	-2	-1	0	2	4
$f(x)$	-1	0	3	1,4	-2	2

Propriété (Courbe représentative) La courbe représentative de f , notée $\mathcal{C}_f$, est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$, lorsque x parcourt l'ensemble de définition de f .

Exemple Si $g(x) = 2x - 3$, alors $g(0) = -3$, $g(2) = 1$ et $g(5) = 7$. Ces calculs permettent de placer les points $(0; -3)$, $(2; 1)$ et $(5; 7)$ dans un repère.

Vigilance. Un tableau de valeurs ne donne en général que quelques informations. Il ne suffit pas toujours à connaître toute la courbe ni toutes les variations.

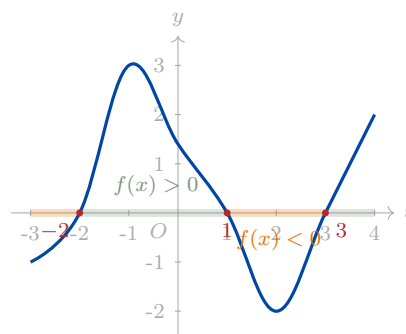
⇒ TD N03 – Partie B : tableaux de valeurs, expressions et courbes.

3. Lire le signe d'une fonction

Définition (Signe d'une fonction) Étudier le signe de $f(x)$, c'est déterminer pour quelles valeurs de x on a $f(x) > 0$, $f(x) = 0$ ou $f(x) < 0$.

Propriété (Lecture graphique du signe) Sur une courbe représentative, $f(x) > 0$ lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses, $f(x) = 0$ lorsqu'elle coupe ou touche cet axe, et $f(x) < 0$ lorsqu'elle est au-dessous.

Méthode Pour dresser un tableau de signes à partir d'une courbe, on repère les zéros de la fonction, puis on lit la position de la courbe par rapport à l'axe des abscisses entre deux zéros consécutifs.



x	-3	-2	1	3	4
$f(x)$	-	0	+	0	+

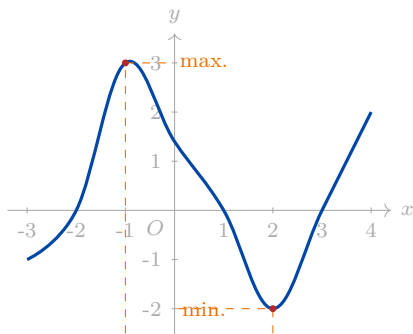
Exemple Le tableau indique que $f(x) < 0$ sur $[-3; -2[$ et sur $]1; 3[$, que $f(x) > 0$ sur $] - 2; 1[$ et sur $]3; 4]$, et que les zéros visibles sont -2 , 1 et 3 .

Vigilance. Dans un tableau de signes, la ligne porte sur les valeurs $f(x)$. On écrit donc $f(x)$, et non f .

⇒ TD N03 – Partie C : zéros, signe d'une fonction et tableaux de signes.

4. Variations et extremums

Définition (Fonction croissante, décroissante) Sur un intervalle I , une fonction f est croissante lorsque les images augmentent quand x augmente. Elle est décroissante lorsque les images diminuent quand x augmente.



Définition (Maximum et minimum) Dire que f admet un maximum M sur un intervalle signifie que toutes les images y sont inférieures ou égales à M . Dire que f admet un minimum m signifie que toutes les images y sont supérieures ou égales à m .

Méthode Pour décrire les variations à partir d'une courbe, on lit le sens de déplacement de gauche à droite, on repère les abscisses où le sens change, puis on résume dans un tableau de variations.

Propriété (Tableau de variations) Un tableau de variations résume les intervalles sur lesquels une fonction est croissante ou décroissante. La ligne de variation porte sur la fonction f , et non sur $f(x)$.

x	-3	-1	2	4
f	-1	3	-2	2

Exemple On lit que f est croissante sur $[-3; -1]$, décroissante sur $[-1; 2]$, puis croissante sur $[2; 4]$. Elle admet un maximum local égal à 3 pour $x = -1$, et un minimum local égal à -2 pour $x = 2$.

Vigilance. Un tableau de variations ne donne pas toutes les valeurs de la fonction. Il indique le sens de variation et certaines images importantes.

⇒ TD N03 – Partie C : variations, extremums et tableaux 'tkz-tab'.

5. Choisir la bonne information

Propriété (Choix du registre) Pour calculer une image exacte, une expression est souvent la plus efficace. Pour lire un signe ou des variations, une courbe ou un tableau adapté est souvent plus rapide. Pour organiser plusieurs valeurs, un tableau de valeurs est utile.

Question posée	Registre souvent le plus efficace
Calculer $f(4)$ exactement	expression
Lire un antécédent de 2	courbe ou équation
Savoir où $f(x) > 0$	courbe ou tableau de signes
Décrire les variations de f	courbe ou tableau de variations
Comparer plusieurs images	tableau de valeurs ou courbe

Méthode Dans un exercice sur les fonctions, commencer par identifier la forme de l'information fournie : expression, tableau, courbe ou texte. Ensuite seulement, choisir l'action : calculer, lire, représenter, comparer ou conclure.

Exemple Si l'on demande « résoudre $f(x) > 0$ » et que la courbe est donnée, il est inutile de chercher une formule : on lit les intervalles où la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.

Vigilance. Une lecture graphique est souvent approximative. Lorsque la question demande une valeur exacte et qu'une expression est disponible, il faut privilégier le calcul.

⇒ TD N03 – Partie D : synthèse, choix de registre et problèmes courts.

6. Synthèse

A RETENIR

- $f(a)$ est l'image de a par la fonction f .
- Un antécédent de b est un nombre x tel que $f(x) = b$.
- La courbe représentative de f est formée des points $(x; f(x))$.
- $f(x) > 0$ lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.
- Les zéros de f sont les solutions de $f(x) = 0$.
- Un tableau de signes porte sur les valeurs $f(x)$.
- Un tableau de variations porte sur la fonction f .
- Le registre le plus efficace dépend de la question posée.

APPLICATIONS IMMÉDIATES

1. Si $f(x) = 3x - 5$, calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(-1)$.
2. Dire ce que signifie : « 4 est un antécédent de 7 par f ».
3. Expliquer comment lire graphiquement les solutions de $f(x) = 0$.
4. Compléter : si la courbe est sous l'axe des abscisses, alors $f(x) \cdots 0$.
5. Dire pourquoi un tableau de valeurs ne suffit pas toujours à connaître les variations.
6. Donner un exemple de question où une courbe est plus efficace qu'une expression.

BESOIN D'UNE REPRISE EN VIDEO ?

Ressources externes facultatives, proposées pour retravailler les notions de ce chapitre.

- J'ai compris – lire une image et un antécédent sur une courbe.
 - J'ai compris – tableau de variations, croissance et décroissance.
- À retravailler en priorité : vocabulaire image / antécédent, lecture d'une courbe, distinction x et $f(x)$, signe d'une fonction, variations et extremums, tableaux 'tkz-tab'.

⇒ **TD N03 – Toutes les parties : lectures, signes, variations et changements de registre.**