

OBJECTIFS

- Reprendre les automatismes de calcul utiles en Première.
- Lire et écrire correctement des intervalles.
- Distinguer implication, réciproque et équivalence.
- Justifier clairement une réponse mathématique.
- Utiliser un contre-exemple pour réfuter une affirmation.

ACTIVITE DE DEPART

Trois élèves répondent à la question : résoudre $2x - 3 < 5$.

1. Alice écrit : $2x < 8$, donc $x < 4$.
2. Bilal écrit : les solutions sont $] -\infty; 4[$.
3. Chloé écrit : si $x = 3$, alors $2x - 3 < 5$.

Que prouve chaque réponse ? Laquelle donne toutes les solutions ? Quelle phrase manque pour conclure proprement ?

1. Calculer, mais aussi justifier

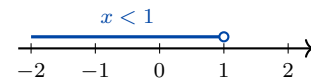
Définition (Assertion) Une assertion est une phrase mathématique à laquelle on peut attribuer une valeur de vérité : elle est vraie ou fausse. Par exemple, « 7 est impair » est vraie, tandis que « $3^2 = 6$ » est fausse.

Définition (Justification) Justifier, ce n'est pas seulement donner un résultat : c'est expliquer pourquoi le résultat est vrai, en s'appuyant sur un calcul, une propriété, une définition, une figure ou un raisonnement.

Méthode Pour rédiger une réponse courte, on peut suivre trois temps : identifier l'objet étudié, effectuer le calcul ou le raisonnement utile, puis conclure avec une phrase qui répond exactement à la question.

Vigilance. Une suite de calculs sans conclusion ne suffit pas toujours. En Première, on attend souvent une phrase qui précise l'ensemble des solutions, le sens d'une implication ou la raison d'un choix de méthode.

Exemple Résoudre $3x + 2 = 14$. On écrit $3x = 12$, donc $x = 4$. Conclusion : l'équation admet une unique solution, 4.



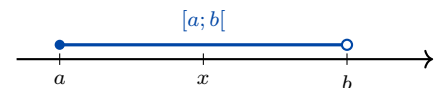
⇒ TD N01 – Partie A : automatismes de calcul et rédaction courte.

2. Ensembles et intervalles

Définition (Appartenance et inclusion) Si x est un élément de l'ensemble E , on écrit $x \in E$. Si tous les éléments de A sont aussi des éléments de B , on dit que A est inclus dans B et on écrit $A \subset B$.

Définition (Intervalle) Un intervalle de $\mathbb{R}$ est un ensemble de nombres réels situés entre deux bornes. Une borne crochétée est incluse ; une borne tournée vers l'extérieur est exclue.

Propriété (Traduction d'une inégalité) L'inégalité $a \leq x < b$ se traduit par $x \in [a; b[$. Réciproquement, $x \in [a; b[$ signifie que x est supérieur ou égal à a et strictement inférieur à b .



Exemple $x \in [-2; 5[$ signifie $-2 \leq x < 5$. Le nombre -2 appartient à l'intervalle, mais 5 n'y appartient pas.

Méthode Pour représenter une inégalité sur une droite graduée, on place les bornes, on décide si elles sont incluses ou exclues, puis on colorie tous les nombres qui vérifient la condition. La représentation doit aider à lire l'ensemble des solutions.

Vigilance. Ne pas confondre $x \in A$, qui parle d'un élément, et $A \subset B$, qui compare deux ensembles.

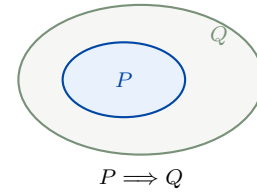
⇒ TD N01 – Partie B : intervalles, droites graduées et traductions.

3. Implication, équivalence, contre-exemple

Définition (Implication) Dire que $P \Rightarrow Q$ signifie : si l'assertion P est vraie, alors l'assertion Q est vraie. L'assertion Q est une conséquence de P .

Définition (Equivalence) Dire que $P \Leftrightarrow Q$ signifie que $P \Rightarrow Q$ et $Q \Rightarrow P$. Les deux assertions ont alors la même valeur de vérité.

Définition (Contre-exemple) Un contre-exemple est un exemple précis qui rend fausse une affirmation générale.



Exemple Si $x = 2$, alors $x^2 = 4$. Donc $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$. La réciproque est fausse, car $x = -2$ vérifie aussi $x^2 = 4$.

Méthode Pour savoir si une équivalence est correcte, vérifier les deux sens. Si un seul sens échoue, chercher un contre-exemple précis et conclure que l'équivalence est fausse.

Propriété (Réciproque) La réciproque de $P \Rightarrow Q$ est $Q \Rightarrow P$. Une implication peut être vraie alors que sa réciproque est fausse.

Vigilance. Un exemple ne prouve pas une affirmation générale. Il peut seulement illustrer une propriété ou fournir un contre-exemple lorsque l'affirmation est fausse.

⇒ TD N01 – Partie C : implications, réciproques et contre-exemples.

4. Synthèse

A RETENIR

- Un résultat doit être accompagné d'une justification adaptée : calcul, propriété, figure, définition ou raisonnement.
- Un intervalle traduit une condition sur des nombres réels ; les crochets indiquent si les bornes sont incluses.
- $P \Rightarrow Q$ signifie que Q est une conséquence de P . Une équivalence exige les deux sens.
- Pour réfuter une affirmation générale, un seul contre-exemple bien choisi suffit.

APPLICATIONS IMMÉDIATES

1. Traduire $x \in]-3; 7]$ par une double inégalité.
2. Représenter sur une droite graduée l'ensemble $] -\infty; 2[$.
3. Résoudre $5x - 1 \leq 14$, puis donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.
4. Dire si $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$ est vraie, puis étudier sa réciproque.
5. Donner un contre-exemple à : « si $x^2 > 4$, alors $x > 2$ ».
6. Expliquer en une phrase pourquoi $A \subset B$ ne signifie pas $A \in B$.

BESOIN D'UNE REPRISE EN VIDEO ?

Ressources externes facultatives, proposées pour retravailler les automatismes de calcul.

- J'ai compris – parcours d'automatismes sans calculatrice.
- Fractions et écriture décimale – exercice corrigé, 5 min.
- Diviser des nombres décimaux sans calculatrice – exercice corrigé, 5 min.

⇒ TD N01 – Partie D : synthèse, choix de méthode et rédaction.