

N21 — Exponentielle II et modèles

Automatismes

Première spécialité — Beamer 16 :9

CONSIGNE

Reconnaître le modèle et calculer un terme ou une valeur.

- 1 Suite géométrique : $u_0 = 8$, $u_{n+1} = 1,2u_n$. Calculer u_2 .
- 2 Modèle continu : $f(t) = 8e^{0,2t}$. Calculer $f(0)$.
- 3 Dans $N(t) = 50e^{-0,1t}$, le signe de $-0,1$ indique quoi ?
- 4 Dans $u_n = 12 \times 0,85^n$, le modèle est-il croissant ou décroissant ?
- 5 Calculer e^0 .
- 6 Simplifier $e^{0,3t} e^{0,7t}$.

CONSEILS

- Comparer le facteur q à 1.
- Dans e^{kt} , le signe de k donne le sens.
- Au rang ou temps 0, on lit la valeur initiale.

VIGILANCE

- Ne pas confondre q^n et e^{kn} .
- Un coefficient négatif dans l'exposant donne une décroissance.

- 1 $u_1 = 9,6$, puis $u_2 = 11,52$. $u_2 = 11,52$.
- 2 $f(0) = 8e^0 = 8$.
- 3 $-0,1 < 0$: le modèle est décroissant.
- 4 $0,85 < 1$, donc décroissant.
- 5 $e^0 = 1$.
- 6 $e^{0,3t} e^{0,7t} = e^t = e^t$.

MÉTHODE

- Discret : suite géométrique
 $u_n = u_0 q^n$.
- Continu : exponentielle
 $f(t) = Ce^{kt}$.

VIGILANCE

- Comparer les paramètres, pas seulement les valeurs numériques.

CONSIGNE

Passer d'une phrase à un coefficient multiplicateur ou à un modèle.

- ➊ Augmenter de 12% correspond à multiplier par ?
- ➋ Diminuer de 7% correspond à multiplier par ?
- ➌ Un capital $C_0 = 500$ croît de 4% par période. Donner C_n .
- ➍ Une quantité vaut $120e^{0,03t}$. Donner la valeur initiale.
- ➎ Pour $f(t) = 300e^{-0,04t}$, calculer $f'(t)$.
- ➏ Le modèle $f(t) = Ae^{kt}$ est constant si quelle valeur de k ?

CONSEILS

- ▶ $p\%$ d'augmentation : $1 + \frac{p}{100}$.
- ▶ Diminution : $1 - \frac{p}{100}$.
- ▶ La dérivée de Ae^{kt} est Ake^{kt} .

VIGILANCE

- ▶ Un taux négatif n'est pas un coefficient multiplicateur négatif.
- ▶ La valeur initiale se lit en $t = 0$.

$$① \quad 1 + 0,12 = 1,12.$$

$$② \quad 1 - 0,07 = 0,93.$$

$$③ \quad C_n = 500 \times 1,04^n.$$

$$④ \quad 120e^0 = 120.$$

$$⑤ \quad f'(t) = 300(-0,04)e^{-0,04t} = -12e^{-0,04t}.$$

$$⑥ \quad k = 0, \text{ car } e^{0t} = 1.$$

MÉTHODE

- Identifier valeur initiale et facteur ou taux.
- Dériver e^{kt} : multiplier par k .

VIGILANCE

- Le modèle discret utilise une puissance n , le continu une exponentielle en t .

CONSIGNE

Lire ou compléter mentalement des étapes d'algorithme de seuil.

- 1 $u_0 = 100$, $u_{n+1} = 0,8u_n$. Calculer u_1 , u_2 .
- 2 Avec $u_0 = 100$, $u_{n+1} = 0,8u_n$, le seuil $u_n < 50$ est-il atteint pour $n = 2$?
- 3 Dans une boucle `while u < 1000`, le test continue tant que ?
- 4 Pour une croissance de 15%, écrire la mise à jour de u .
- 5 Pour une décroissance de 6%, écrire la mise à jour de u .
- 6 Si $f(t) = 40e^{0,05t}$, f est-elle croissante ?

CONSEILS

- ▶ Mettre à jour u , puis augmenter le compteur.
- ▶ Lire strictement le symbole du seuil.
- ▶ Croissance si $k > 0$.

VIGILANCE

- ▶ Ne pas inverser la condition d'arrêt.
- ▶ Un seuil peut être dépassé entre deux rangs entiers.

- 1 $u_1 = 80, u_2 = 64$. 80; 64.
- 2 $u_2 = 64 > 50$, donc non.
- 3 La boucle continue tant que $u < 1000$.
- 4 $u = 1.15 * u$.
- 5 $u = 0.94 * u$.
- 6 $0,05 > 0$, donc oui.

MÉTHODE

- Un algorithme de seuil répète : mise à jour, compteur, test.
- Pour Ae^{kt} , le signe de k donne le sens.

VIGILANCE

- Ne pas confondre rang n et valeur u_n .

CONSIGNE

Choisir la seule réponse correcte. Calculatrice interdite.

- 1 Une baisse de 20% : A.1,2 B.0,8 C.-0,2 D.20
- 2 $f(t) = 7e^{-0,3t}$ est A.croissante B.décroissante C.constante D.négative
- 3 Valeur initiale de $N(t) = 25e^{0,4t}$: A.0,4 B.e C.25 D.25e
- 4 $u_n = 6 \times 1,1^n$: A.discret B.continu C.affine D.constant
- 5 $(e^{2t})' =$ A. e^{2t} B. $2e^{2t}$ C. te^{2t} D.2t
- 6 Croissance continue : A. $u_n = u_0 q^n$ B. $f(t) = Ce^{kt}$
C. $f(x) = ax + b$ D. $u_{n+1} = u_n + r$

CONSEILS

- Chercher le type de modèle.
- Regarder le signe du paramètre.
- Répondre sans justification longue.

VIGILANCE

- Une seule bonne réponse.
- Le mot continu renvoie au temps réel t .

- 1 B, coefficient 0,8.
- 2 B, car $-0,3 < 0$.
- 3 C, car $N(0) = 25$.
- 4 A, rang entier n .
- 5 B, dérivée de e^{2t} .
- 6 B, modèle exponentiel continu.

MÉTHODE

- Identifier discret/continu avant de calculer.
- Le coefficient multiplicateur est toujours positif.

VIGILANCE

- Ne pas confondre taux et coefficient multiplicateur.