

N20 — Exponentielle I

Automatismes

Première spécialité — Beamer 16 :9

CONSIGNE

Calculer rapidement. Réduire les expressions avec les propriétés de l'exponentielle.

- 1 Simplifier : $e^3 \times e^5$.
- 2 Simplifier : $\frac{e^7}{e^2}$.
- 3 Simplifier : $(e^2)^4$.
- 4 Écrire sans quotient : $\frac{1}{e^{-3}}$.
- 5 Comparer à 1 : e^0 .
- 6 Résoudre : $e^x = 1$.

CONSEILS

- Additionner les exposants dans un produit.
- Soustraire les exposants dans un quotient.
- Utiliser $e^0 = 1$.

VIGILANCE

- Ne pas écrire $e^a + e^b = e^{a+b}$.
- La fonction exponentielle est strictement positive.

$$① e^3 \times e^5 = e^{3+5} = e^8.$$

$$② \frac{e^7}{e^2} = e^{7-2} = e^5.$$

$$③ (e^2)^4 = e^{2 \times 4} = e^8.$$

$$④ \frac{1}{e^{-3}} = e^3 = e^3.$$

$$⑤ e^0 = 1.$$

$$⑥ e^x = 1 = e^0, \text{ donc } x = 0.$$

MÉTHODE

- ▶ Produit : $e^a e^b = e^{a+b}$.
- ▶ Quotient : $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$.
- ▶ Égalité :
 $e^u = e^v \iff u = v$.

VIGILANCE

- ▶ Les propriétés portent sur les produits, pas sur les sommes.

CONSIGNE

Donner la dérivée de chaque fonction sur $\mathbb{R}$.

- 1 $f(x) = e^x + 3x$.
- 2 $g(x) = 5e^x - 2$.
- 3 $h(x) = xe^x$.
- 4 $p(x) = (x^2 + 1)e^x$.
- 5 $q(x) = e^x(2x - 3)$.
- 6 $r(x) = e^x - x^2$.

CONSEILS

- ▶ Dérivée de e^x : elle-même.
- ▶ Pour un produit, utiliser $(uv)' = u'v + uv'$.
- ▶ Réduire seulement si c'est lisible.

VIGILANCE

- ▶ Ne pas oublier la dérivée de x dans un produit.
- ▶ Une constante seule a une dérivée nulle.

$$1 \quad f'(x) = e^x + 3 = e^x + 3.$$

$$2 \quad g'(x) = 5e^x = 5e^x.$$

$$3 \quad h'(x) = 1 \cdot e^x + xe^x = (x + 1)e^x.$$

$$4 \quad p'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x.$$

$$5 \quad q'(x) = e^x(2x - 3) + 2e^x = (2x - 1)e^x.$$

$$6 \quad r'(x) = e^x - 2x.$$

MÉTHODE

- Identifier somme, produit ou constante.
- Factoriser par e^x quand cela simplifie le signe.

VIGILANCE

- $e^x > 0$, donc le signe de $P(x)e^x$ est celui de $P(x)$.

CONSIGNE

Utiliser le signe de e^x pour déduire un signe ou une variation.

- 1 Signe de $3e^x$ sur $\mathbb{R}$.
- 2 Signe de $-2e^x$ sur $\mathbb{R}$.
- 3 Signe de $(x - 4)e^x$.
- 4 Variation de $f(x) = e^x - 5$.
- 5 Si $g'(x) = (2x - 6)e^x$, donner le signe de $g'(x)$.
- 6 Si $h'(x) = -(x + 1)e^x$, h est croissante sur quel intervalle?

CONSEILS

- ▶ Commencer par $e^x > 0$.
- ▶ Un facteur positif ne change pas le signe.
- ▶ Traduire le signe de la dérivée en variation.

VIGILANCE

- ▶ Ne pas chercher les zéros de e^x : il n'en a pas.
- ▶ Un signe négatif devant change le sens.

- 1 $e^x > 0$, donc $3e^x$ est **strictement positif**.
- 2 $-2e^x$ est **strictement négatif**.
- 3 Le signe est celui de $x - 4$: négatif si $x < 4$, nul en 4, positif si $x > 4$.
- 4 $f'(x) = e^x > 0$, donc f est **strictement croissante**.
- 5 Signe de $2x - 6$: négatif si $x < 3$, nul en 3, positif si $x > 3$.
- 6 $h'(x) \geq 0 \iff -(x + 1) \geq 0 \iff x \leq -1$. Donc **$] -\infty; -1]$** .

MÉTHODE

- Factoriser par e^x , toujours positif.
- Lire le signe du facteur restant.

VIGILANCE

- Un extremum peut apparaître quand la dérivée change de signe.

CONSIGNE

Choisir la seule réponse correcte. Aucune justification demandée.

- 1 $e^2 e^{-5} =$ A. e^{-10} B. e^{-3} C. e^7 D. $-e^3$
- 2 La dérivée de $4e^x - x$ est A. $4e^x$ B. $4e^x - 1$ C. $e^x - 1$
D. $4e^{x-1}$
- 3 $e^x > 0$ sur $\mathbb{R}$: A. vrai B. faux C. seulement si $x > 0$
D. seulement si $x \geq 0$
- 4 Si $f'(x) = (x - 2)e^x$, f décroît sur A. $] - \infty; 2]$ B. $[2; +\infty[$
C. $\mathbb{R}$ D. $\emptyset$
- 5 $\frac{e^6}{e^8} =$ A. e^2 B. e^{-2} C. e^{48} D. $\frac{6}{8}$
- 6 L'équation $e^x = e^4$ a pour solution A. 0 B. 1 C. 4 D. e^4

CONSEILS

- ▶ Repérer la propriété utile avant de calculer.
- ▶ Éliminer les réponses impossibles.
- ▶ Toujours penser à $e^x > 0$.

VIGILANCE

- ▶ Une seule réponse correcte.
- ▶ Le signe de e^x ne dépend pas de x .

- 1 ☐ B car $e^2 e^{-5} = e^{-3}$.
- 2 ☐ B car $(4e^x - x)' = 4e^x - 1$.
- 3 ☐ A car $e^x > 0$ pour tout réel x .
- 4 ☐ A car le signe est celui de $x - 2$.
- 5 ☐ B car $\frac{e^6}{e^8} = e^{-2}$.
- 6 ☐ C car $e^x = e^4 \iff x = 4$.

MÉTHODE

- Réponses rapides : propriété puis décision.
- Pour une dérivée factorisée par e^x , regarder l'autre facteur.

VIGILANCE

- Ne jamais remplacer e^x par x .