

TD S29–S30 — Synthèse annuelle et préparation à l'épreuve anticipée

Première STMG — Mathématiques

Objectif. Consolider les automatismes sans calculatrice, choisir les méthodes essentielles et traiter des exercices indépendants mobilisant évolutions, algèbre, fonctions, suites, dérivation, statistiques et probabilités.

Partie A. QCM sans calculatrice : une seule réponse correcte, aucune justification demandée.

Autres parties. Les calculs doivent être justifiés et les résultats interprétés. Toujours contrôler unités, domaine et ordre de grandeur.

Parcours conseillé. Classe : 1 à 12, 13 à 18, 23 et 24 **Maison :** 19 à 22, 25 à 27 **Approfondir :** 28

A — Automatismes : QCM sans calculatrice

1 ★ [CAL]

Une hausse de 15 % correspond au coefficient :

- A. 0,15 B. 0,85 C. 1,15 D. 1,5

2 ★ [CAL]

Après une baisse de 20 %, un prix vaut 240 euros. Le prix initial était :

- A. 192 B. 288 C. 300 D. 320

3 ★ [CAL, RAI]

Une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 10 % donne :

- A. 0 % B. - 1 % C. + 1 % D. - 10 %

4 ★ [CAL]

La solution de $3x - 7 = 11$ est :

- A. $x = 4$ B. $x = 6$ C. $x = 9$ D. $x = 18$

5 ★ [CAL]

Les solutions de

$$(x - 4)(2x + 6) = 0$$

sont :

- A. 4 et 3 B. - 4 et - 3
C. 4 et - 3 D. - 4 et 3

6 ★ [CAL, REP]

Le produit $(x + 5)(x - 2)$ est positif ou nul pour :

- A. $[-5; 2]$
B. $] - \infty; -5] \cup [2; +\infty[$
C. $] - 5; 2[$ D. $\mathbb{R}$

7 ★ [CAL]

Si $f(x) = x^2 - 3x + 2$, alors $f(2)$ vaut :

- A. - 4 B. 0 C. 2 D. 4

8 ★ [CAL]

Pour

$$g(x) = -x^3 + 4x^2 + 3x - 1,$$

on a :

- A. $g'(x) = -3x^2 + 8x + 3$
B. $g'(x) = -x^2 + 8x + 3$
C. $g'(x) = -3x^2 + 4x + 3$
D. $g'(x) = -3x^2 + 8x - 1$

9 ★ [REP]

Si $f'(x) < 0$ sur $[2; 7]$, alors f est :

- A. positive B. négative
C. croissante D. décroissante

10 ★ [CAL]

Une suite arithmétique vérifie $u(0) = 150$ et $r = 20$. Alors :

- A. $u(4) = 170$ B. $u(4) = 210$
C. $u(4) = 230$ D. $u(4) = 300$

11 ★ [CAL, REP]

Parmi 40 clients fidèles, 30 achètent en ligne. Alors :

$$P_F(L) =$$

- A. 0,30 B. 0,40 C. 0,75 D. 1,20

12 ★ [CAL]

Si X suit une loi de Bernoulli de paramètre 0,30, alors :

- A. $E(X) = 0$ B. $E(X) = 0,30$
C. $E(X) = 0,70$ D. $E(X) = 1$

B — Méthodes essentielles

13 ★ [CAL, COM]

Un abonnement augmente de 8 %, puis de 5 %. Calculer le coefficient global et le taux global.

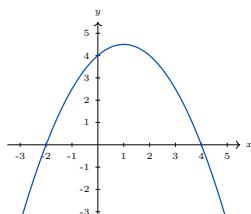
14 ★ [CAL, RAI]

Résoudre puis étudier le signe de

$$-2(x - 3)(x + 1).$$

15 ** [REP, CAL]

À partir du graphique, lire $f(1)$, deux antécédents de 0, les intervalles où $f \geq 0$ et la valeur maximale visible.



16 ** [CAL, RAI]

Deux clientèles sont modélisées par

$$u(n) = 900 + 80n \quad \text{et} \quad v(n) = 900 \times 1,06^n.$$

Calculer les termes jusqu'au rang 5, puis comparer les deux évolutions.

17 ** [CAL, REP, COM]

Soit

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \quad \text{sur} \quad [0; 8].$$

Calculer $f'(x)$, construire le tableau de variations et déterminer le minimum.

18 * [CAL, RAI]

Une suite est définie par $u(0) = 1\,000$ et

$$u(n+1) = 1,04u(n).$$

Écrire une formule de tableur permettant de calculer les termes, puis expliquer une boucle **while** recherchant le premier rang où $u(n) > 1\,300$.

19 ** [CAL, REP]

Pour la série

x	2	4	6	8	10	12
y	14	18	23	27	32	37

calculer le point moyen. Un outil donne

$$y = 2,27x + 9,28.$$

Estimer y pour $x = 9$, puis critiquer une estimation pour $x = 30$.

20 ** [CAL, REP]

On donne

$$P(A) = 0,40, \quad P_A(B) = 0,25, \quad P_{\overline{A}}(B) = 0,10.$$

Calculer $P(B)$, puis $P_B(A)$.

C — Deux exercices longs indépendants

21 *** [MOD, CAL, REP, RAI, COM]

Production et bénéfice. Le bénéfice, en milliers d'euros, est modélisé sur $[0; 35]$ par

$$B(x) = -0,2(x - 5)(x - 30),$$

où x désigne un nombre de centaines d'articles.

1. Déterminer les seuils de rentabilité et le signe de B .
2. Développer $B(x)$, puis calculer $B'(x)$.
3. Construire le tableau de variations.
4. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.
5. La capacité réelle est limitée à 1 500 articles. Adapter la décision.
6. Rédiger une conclusion destinée au responsable.

22 *** [MOD, CAL, REP, RAI, COM]

Commandes et retards. Une entreprise traite 1 000 commandes. 40 % sont express. Parmi les commandes express, 8 % sont en retard ; parmi les autres, 3 % sont en retard.

1. Construire un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité d'un retard.
3. Calculer la probabilité qu'une commande en retard soit express.
4. Tester l'indépendance entre « express » et « retard ».
5. Sur 20 000 commandes comparables, estimer le nombre moyen de retards.
6. Distinguer cette estimation d'un effectif réellement observé.

D — Retour sur erreurs et bilan final

23 ★ [RAI, COM]

Un élève écrit :

$$+20\% \text{ puis } -20\% = 0\%.$$

Corriger l'affirmation à l'aide des coefficients multiplicateurs.

24 ★ [RAI, COM]

Pour $f'(3) = 0$, un élève conclut que $f(3)$ est le maximum sur tout l'intervalle. Donner les deux vérifications manquantes.

25 ** [RAI, COM]

Un tableur indique que $u(7) > 2000$. Un élève affirme que le seuil est atteint au rang 7. Quelle valeur faut-il encore contrôler et pourquoi ?

26 ** [RAI, COM]

Un responsable utilise une droite d'ajustement

construite pour

$$x \in [4; 12]$$

afin de prévoir une valeur pour $x = 100$. Rédiger une critique précise de cette extrapolation.

27 ** [RAI, COM]

Un élève confond

$$P(A \cap B), \quad P_A(B), \quad P_B(A).$$

Créer un tableau d'effectifs simple et montrer que les trois valeurs peuvent être différentes.

28 *** [CH, MOD, REP, RAI, COM]

Sujet bilan. Une enseigne suit le nombre trimestriel de clients par

$$u(n) = 1\,500 \times 1,05^n.$$

Le gain promotionnel X , en euros, suit la loi

x	-1	2	8
$P(X = x)$	0,50	0,35	0,15

et le chiffre d'affaires y , en milliers d'euros, est estimé à partir d'un budget x par

$$y = 3,2x + 42 \quad \text{pour } x \in [5; 20].$$

1. Déterminer le premier rang où $u(n) > 2000$.
2. Calculer $P(X \leq 2)$ et $E(X)$, puis interpréter.
3. Estimer le chiffre d'affaires pour $x = 15$.
4. Critiquer une estimation pour $x = 60$.
5. Rédiger une synthèse distinguant prévision, moyenne théorique et extrapolation.