

TD S21 — Synthèse d'analyse et problèmes de gestion

Première STMG — Mathématiques

Objectif. Articuler fonctions, suites, dérivation et information chiffrée, choisir un modèle discret ou continu, changer de registre et rédiger des solutions complètes à des problèmes longs de gestion.

Organisation. La partie A est un entraînement QCM sans calculatrice : une seule réponse est correcte et aucune justification n'est demandée. Dans les autres parties, toute réponse de gestion doit comporter une interprétation.

Vigilance. Toujours définir la variable ou la suite, préciser le domaine et contrôler les unités.

Parcours conseillé. Classe : 1 à 8, 9 à 13, 15, 17, 20, 24 **Maison :** 14, 16, 18, 19, 21, 22, 25, 26 **Approfondir :** 23, 27 et 28

A — Automatismes type épreuve anticipée

1★[CAL]

Une hausse de 8 % correspond au coefficient multiplicateur :

- A. 0,08
- B. 0,92
- C. 1,08
- D. 1,8

2★[CAL, REP]

La suite u est définie par $u(n) = 300 + 25n$. Elle est :

- A. arithmétique de raison 25
- B. géométrique de raison 25
- C. décroissante
- D. constante

3★[CAL]

Pour $v(n) = 500 \times 1,04^n$, on a :

- A. $v(2) = 520$
- B. $v(2) = 540,8$
- C. $v(2) = 500,08$
- D. $v(2) = 508$

4★[CAL]

Si $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 7$, alors :

- A. $f'(x) = 6x^2 - 10x + 4$
- B. $f'(x) = 6x^2 - 5x + 4$
- C. $f'(x) = 2x^2 - 10x$
- D. $f'(x) = 6x^2 - 10x - 7$

5★[REP, RAI]

Si $f'(x) < 0$ sur $[2; 7]$, alors f est :

- A. positive
- B. négative
- C. croissante
- D. décroissante

6★[CAL, RAI]

La fonction $g(x) = -2(x-1)(x-6)$ est positive :

- A. sur $] -\infty; 1[$
- B. sur $]1; 6[$
- C. sur $]6; +\infty[$
- D. uniquement en 1 et 6

7★[REP]

Pour modéliser un nombre d'abonnés relevé chaque trimestre, le modèle le plus naturel est :

- A. une suite
- B. une fonction continue
- C. une équation de tangente
- D. un tableau de signes uniquement

8★[RAI]

Pour chercher le premier rang où $u(n) > 2000$, l'outil le plus efficace est :

- A. une boucle **while**
- B. une dérivée
- C. un produit nul
- D. une tangente

B — Applications et changements de registre

9★[REP, RAI]

Choisir un modèle discret ou continu :

- 1. stock à la fin de chaque semaine ;
- 2. coût en fonction d'une quantité produite ;
- 3. nombre de visiteurs chaque mois ;
- 4. recette en fonction du prix de vente.

10★[MOD, CAL]

Une entreprise compte 900 abonnés et prévoit une hausse annuelle de 5 %. Définir une suite u , donner $u(n)$, puis calculer $u(4)$.

11★[CAL, RAI]

Pour $u(n) = 750 + 60n$, déterminer le premier rang où $u(n) > 1\,200$. Vérifier le terme précédent.

12★[CAL, REP]

Soit

$$B(x) = -x^2 + 24x - 80$$

sur $[0; 20]$. Calculer $B'(x)$, construire le tableau de variations et déterminer le maximum.

13★[CAL, REP]

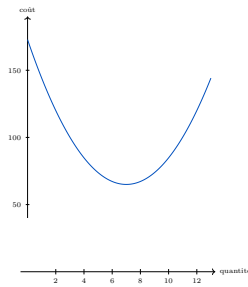
Soit

$$R(x) = 2(x-3)(x-12).$$

Donner les racines, étudier le signe et résoudre $R(x) \leq 0$.

14 ** [REP, RAI]

Le graphique représente une fonction de coût C . Lire une valeur approchée du minimum, l'abscisse correspondante et les intervalles de variation.



15 * [REP, COM]

Un tableau indique :

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	500	540	583,2	629,9	680,2

Conjecturer la nature de la suite, sa raison et une formule explicite.

16 ** [CAL, COM]

Pour

$$f(x) = x^2 - 4x + 7,$$

calculer $f(1)$, $f'(1)$, puis déterminer l'équation réduite de la tangente en 1.

C — Choisir une stratégie et contrôler

17 * [RAI, COM]

Un élève relie les points d'une suite et lit une valeur au rang 2,5. Expliquer pourquoi cette lecture n'a pas de sens dans le modèle discret.

18 ** [RAI, COM]

Pour trouver le maximum d'une fonction, un élève calcule uniquement les zéros de la fonction. Expliquer pourquoi il faut plutôt étudier la dérivée.

19 ** [RAI, COM]

Une étude donne $f'(4) = 0$. Peut-on conclure immédiatement que $f(4)$ est le maximum sur $[0; 10]$? Justifier.

20 * [MOD, RAI]

Une fréquentation est observée chaque mois, mais un graphique relie les points par une courbe lisse. Proposer une utilisation pertinente et une limite de cette représentation.

21 ** [REP, CAL, RAI]

Deux modèles de clientèle sont :

$$u(n) = 1\,000 + 80n, \quad v(n) = 1\,000 \times 1,06^n.$$

Construire un tableau jusqu'au rang 8, puis comparer les modèles.

22 ** [MOD, CAL, COM]

Le coût total est

$$C(x) = 0,1x^2 + 8x + 200$$

et la recette

$$R(x) = 20x$$

pour $x \in [0; 100]$. Définir le bénéfice $B(x) = R(x) - C(x)$, puis déterminer la production qui maximise le bénéfice.

23 *** [CH, MOD, RAI, COM]

Une entreprise dispose de trois représentations d'un même modèle : un tableau, une formule et un graphique. Proposer une procédure pour vérifier qu'elles sont cohérentes entre elles. Préciser au moins trois contrôles.

D — Problèmes longs de gestion

24 *** [MOD, CAL, RAI, COM]

Abonnements et capacité. Une plateforme compte 1 500 abonnés au trimestre 0. Le nombre augmente de 7 % par trimestre.

1. Définir la suite u et donner sa formule explicite.
2. Calculer les effectifs jusqu'au rang 6.
3. La capacité maximale est de 2 200 abonnés. Déterminer le premier trimestre où elle est dépassée.
4. Proposer une formule de tableur et une boucle Python adaptées.
5. Rédiger une note au responsable en précisant les limites du modèle.

25 *** [MOD, CAL, REP, COM]

Optimisation d'une production. Le bénéfice, en milliers d'euros, est

$$B(x) = -0,4x^2 + 24x - 110$$

pour $x \in [0; 60]$, où x est un nombre de centaines d'articles.

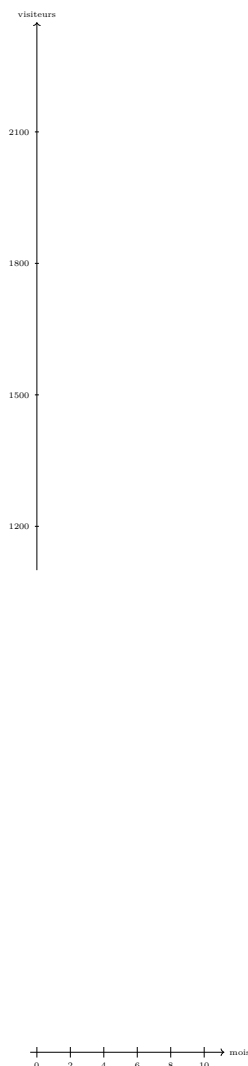
1. Calculer les seuils de rentabilité à l'aide de la forme factorisée

$$B(x) = -0,4(x - 5)(x - 55).$$

2. Étudier les variations par dérivation.
3. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.
4. Expliquer la différence entre seuil de rentabilité et production optimale.

26 *** [MOD, REP, CAL, COM]

Une enseigne compare deux scénarios de fréquentation. Le modèle A ajoute 90 visiteurs par mois. Le modèle B augmente de 6 % par mois. Les deux partent de 1 200 visiteurs. Construire les deux suites, compléter le graphique jusqu'au rang 10, déterminer le premier rang où B dépasse A et rédiger une recommandation.



27 *** [MOD, CAL, RAI, COM]

Prix et demande. Une étude estime que, pour un prix p compris entre 10 et 40 euros, la demande est

$$D(p) = 1\,200 - 20p.$$

La recette est $R(p) = pD(p)$.

1. Développer $R(p)$.
2. Calculer $R'(p)$ et étudier les variations.
3. Déterminer le prix qui maximise la recette.
4. Calculer la demande correspondante.
5. Discuter la pertinence d'un prix non entier ou d'une demande non entière.

28 *** [CH, MOD, REP, RAI, COM]

Dossier de décision. Une entreprise lance un service. Le nombre de clients trimestriels est modélisé par

$$u(n) = 800 \times 1,08^n.$$

Le bénéfice, en milliers d'euros, selon le niveau x d'activité est

$$P(x) = -x^2 + 36x - 180 \quad \text{sur } [0; 30].$$

Rédiger un dossier court comportant :

1. une prévision du nombre de clients après deux ans ;
2. le premier trimestre où 1 200 clients sont dépassés ;
3. l'étude des variations de P ;
4. le niveau d'activité optimal ;
5. une comparaison des rôles respectifs des deux modèles ;
6. une conclusion de gestion avec au moins une réserve.

Checklist d'un problème long. Ai-je défini les grandeurs et leurs unités ? Précisé le domaine ? Choisi un modèle adapté ? Justifié les calculs ? Contrôlé les bornes ou le terme précédent ? Rédigé une conclusion répondant à la question de gestion ?