

TD S13–S14 — Suites arithmétiques et géométriques

Première STMG — Mathématiques

Objectif. Reconnaître une évolution absolue ou relative constante, déterminer la raison d'une suite, passer de la récurrence à la formule explicite, calculer un terme, étudier le sens de variation et comparer des modèles discrets linéaires et exponentiels.

Conseils. Pour une suite arithmétique, calculer les différences. Pour une suite géométrique positive, calculer les quotients. Toujours identifier le rang initial avant d'utiliser une formule explicite.

Vigilance. Toutes les suites ne sont pas arithmétiques ou géométriques. Une évolution de $t\%$ correspond au coefficient multiplicateur $1 + t$, avec t écrit en nombre décimal.

Parcours conseillé. Classe : 1 à 6, 8 à 12, 14, 16, 18, 21, 24 **Maison :** 7, 13, 15, 17, 19, 20, 22, 25, 26 **Approfondir :** 23, 27 et 28

A — Réactivation et reconnaissance

1 ★ [CAL]

Calculer :

$$145 + 4 \times 18, \quad 320 \times 1,05^3, \quad 760 \times 0,9.$$

2 ★ [CAL]

Compléter :

$$+7\% \longleftrightarrow \times \dots, \quad -12\% \longleftrightarrow \times \dots$$

et

$$\times 1,04 \longleftrightarrow \dots \%, \quad \times 0,82 \longleftrightarrow \dots \%.$$

3 ★ [REP, CAL]

Pour chaque liste, calculer les différences entre termes consécutifs :

- a) 15; 19; 23; 27, b) 80; 74; 68; 62,
c) 5; 9; 14; 20.

Quelles listes peuvent provenir d'une suite arithmétique ?

4 ★ [REP, CAL]

Pour chaque liste positive, calculer les quotients entre termes consécutifs :

- a) 100; 120; 144; 172,8, b) 500; 450; 405; 364,5,
c) 4; 8; 12; 16.

Quelles listes peuvent provenir d'une suite géométrique ?

5 ★ [REP, RAI]

Classer les situations :

- un stock diminue de 25 unités par jour ;
- un capital augmente de 3 % par an ;
- une fréquentation augmente de 120 personnes par mois ;
- un prix baisse de 8 % chaque année.

Choix : modèle arithmétique ou modèle géométrique.

6 ★ [RAI, COM]

Donner un exemple de suite qui n'est ni arithmétique ni géométrique. Justifier avec au moins deux différences ou deux quotients.

7 ★★ [CAL, REP]

Réactiver N08. Pour $u(0) = 50$ et $u(n+1) = 0,8u(n) + 15$, calculer $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$. Cette suite semble-t-elle arithmétique ou géométrique ?

B — Propriétés et calculs directs

8 ★ [CAL]

La suite a est arithmétique, $a(0) = 120$ et sa raison est $r = 15$.

- Calculer $a(1)$, $a(2)$ et $a(5)$.
- Donner $a(n)$ en fonction de n .

9 ★ [CAL]

La suite b est arithmétique, $b(0) = 450$ et $b(n+1) = b(n) - 18$.

- Donner sa raison.
- Exprimer $b(n)$ en fonction de n .
- Calculer $b(12)$.

10 ★★ [CAL, RAI]

Une suite arithmétique c vérifie $c(4) = 73$ et a pour raison 6. Calculer $c(5)$, $c(10)$ et $c(0)$.

11 ★ [CAL]

La suite v est géométrique positive, $v(0) = 200$ et sa raison est $q = 1,12$.

- Calculer $v(1)$, $v(2)$ et $v(3)$.
- Donner $v(n)$ en fonction de n .

12 ★ [CAL]

La suite w est définie par

$$w(0) = 900, \quad w(n+1) = 0,85w(n).$$

Exprimer $w(n)$, puis calculer $w(5)$ au dixième près.

13 ★★ [CAL, RAI]

Une suite géométrique positive z vérifie $z(3) = 640$ et a pour raison 0,8. Calculer $z(4)$, $z(6)$ et $z(1)$.

14 ★ [CAL, REP]

Compléter le tableau :

Suite	Nature	Raison	Formule
$u(0) = 30, u(n+1) = u(n) + 7$			
$v(0) = 80, v(n+1) = 1,05v(n)$			
$w(n) = 250 - 12n$			
$t(n) = 600 \times 0,9^n$			

15 ★★ [CAL, RAI]

Déterminer le nombre manquant :

- a) 18; 25; ...; 39 suite arithmétique,
b) 500; 400; ...; 256 suite géométrique.

Donner la raison dans chaque cas.

16 ★ [RAI, COM]

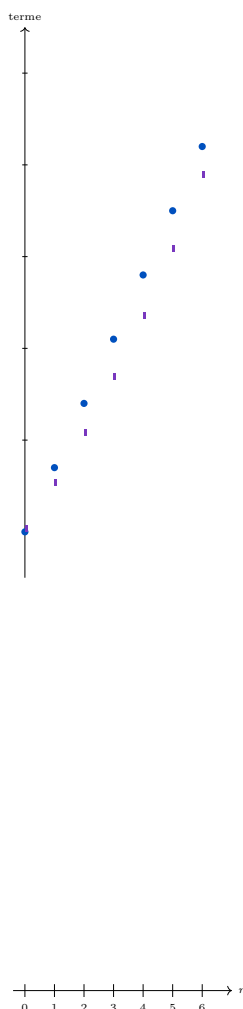
Déterminer le sens de variation :

- a) $u(n) = 70 + 9n$, b) $v(n) = 500 - 22n$,
c) $w(n) = 120 \times 1,06^n$, d) $t(n) = 900 \times 0,94^n$.

Justifier avec la raison.

17 ★★ [REP, RAI]

Deux suites partent du même terme initial. L'une est arithmétique, l'autre géométrique. Associer chaque nuage au bon modèle et justifier par l'allure des points.



C — Choisir, expliquer et corriger

18 ★ [RAI, COM]

Un élève affirme : « Une suite est géométrique dès que ses termes augmentent. » Expliquer pourquoi cette affirmation est fausse et donner un contre-exemple.

19 ★★ [RAI, COM]

Pour une suite arithmétique de raison 5, Léa écrit

$$u(n) = u(0) \times 5^n.$$

Identifier l'erreur et écrire la formule correcte.

20 ★★ [RAI, COM]

Pour une hausse mensuelle de 6 %, Samir choisit la raison $q = 0,06$. Corriger son raisonnement et expliquer le rôle de 0,06 et de 1,06.

21 ★★ [CH, RAI]

La suite positive u commence par

$$100; 110; 121; 133,1.$$

1. Conjecturer sa nature et sa raison.
2. Donner une formule possible pour $u(n)$.
3. Calculer $u(8)$.

22 ★★ [CH, RAI]

La suite v vérifie

$$v(2) = 75, \quad v(7) = 105$$

et elle est arithmétique. Déterminer sa raison puis $v(0)$.

23 ★★★ [CH, REP, RAI]

On donne trois suites :

$$a(n) = 100 + 20n,$$

$$b(n) = 100 \times 1,2^n,$$

$$c(n) = 100 + n^2.$$

1. Calculer les termes de rangs 0 à 5.
2. Identifier les suites arithmétique et géométrique.
3. Montrer que la troisième n'est ni l'une ni l'autre.
4. Comparer les allures des trois nuages de points.

24 ★★ [MOD, CAL, COM]

Une entreprise compte 2 400 abonnés. Elle gagne 75 abonnés par mois.

1. Définir une suite a modélisant l'effectif.
2. Donner une relation de récurrence et une formule explicite.
3. Calculer l'effectif après 18 mois.
4. Interpréter la raison.

25 ★★ [MOD, CAL, COM]

Un matériel valant 18 000 euros perd 15 % de sa valeur chaque année.

1. Définir une suite v modélisant sa valeur.
2. Donner une relation de récurrence et une formule explicite.
3. Calculer sa valeur au bout de cinq ans, à l'euro près.
4. Déterminer le sens de variation.

D — Synthèse et problèmes de gestion

26 ★★★ [MOD, CAL, RAI, COM]

Deux offres de location sont comparées sur plusieurs années.

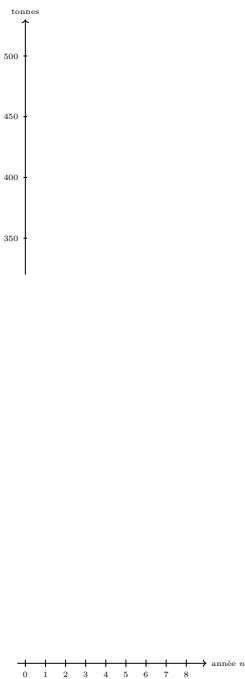
- Offre A : coût initial de 6 000 euros, puis hausse de 350 euros par an.
- Offre B : coût initial de 6 000 euros, puis hausse de 5 % par an.

1. Modéliser chaque coût par une suite.
2. Donner les deux formules explicites.

- Calculer les coûts aux rangs 1, 5 et 10.
- Comparer les deux modèles sur les rangs étudiés et rédiger une conclusion prudente.

27 ★★★ [MOD, REP, RAI, COM]

Une collectivité suit deux scénarios de réduction de déchets. Le scénario A retire 18 tonnes par an. Le scénario B réduit la masse de 4 % par an. La masse initiale est de 500 tonnes. Construire les deux suites, compléter le graphique jusqu'au rang 8 et comparer les stratégies.



28 ★★★ [CH, MOD, RAI, COM]

Une organisation hésite entre deux objectifs pour faire évoluer un indicateur initial égal à 1 000 :

- objectif 1 : ajouter chaque année une même quantité ;
- objectif 2 : appliquer chaque année un même taux.

Proposer des valeurs réalistes pour la quantité et le taux, construire les deux modèles, calculer six termes et rédiger une recommandation expliquant les différences entre évolution absolue et évolution relative.

Compétences travaillées. CH MOD REP RAI CAL COM.