

TD S11–S12 — Suites numériques : modèles discrets

Première STMG — Mathématiques

Objectif. Comprendre les suites comme modèles d'évolutions discrètes, distinguer rang et terme, utiliser différents modes de génération, calculer et représenter des termes, exploiter un tableur ou un algorithme et interpréter les résultats dans leur contexte.

Conseils. Toujours repérer le rang initial. Pour une formule explicite, remplacer n par le rang demandé. Pour une récurrence, partir du terme initial et calculer les termes dans l'ordre.

Vigilance. Une suite est représentée par des points isolés. Dans $u(5) = 280$, le rang est 5 et le terme est 280.

Parcours conseillé. Classe : 1 à 5, 7 à 12, 14, 17, 20, 24 **Maison :** 6, 13, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 25 **Approfondir :** 23, 26, 27 et 28

A — Réactivation et premiers repères

1 ★ [REP]

On donne le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	120	135	151	168	186

Lire $u(0)$, $u(3)$ et le rang du terme 186.

2 ★ [REP, COM]

Dans chacune des écritures suivantes, préciser le rang et le terme :

$$a(6) = 42, \quad b_2 = -5, \quad c(10) = 375.$$

3 ★ [CAL]

Pour $u(n) = 3n + 7$, calculer $u(0)$, $u(1)$, $u(4)$ et $u(10)$.

4 ★ [CAL]

On définit $v(0) = 20$ et $v(n+1) = v(n) + 6$. Calculer $v(1)$, $v(2)$, $v(3)$ et $v(4)$.

5 ★ [CAL]

Calculer :

$$15\% \text{ de } 240, \quad 0,8 \times 350 + 25, \quad 2(18 - 7) + 5.$$

Indiquer lequel de ces calculs pourrait apparaître dans une règle de récurrence.

6 ★ [CAL, RAI]

Réactiver N07 : résoudre

$$-2(x-3)(x-9) \geq 0.$$

Expliquer ensuite pourquoi une quantité observée chaque mois est une variable discrète.

B — Calculer, représenter et changer de registre

7 ★ [CAL]

La suite a est définie par $a(n) = 150 + 12n$. Calculer $a(2)$, $a(8)$ et $a(25)$.

8 ★ [CAL, COM]

La suite b est définie par $b(n) = 500 - 18n$.

- Calculer les cinq premiers termes à partir du rang 0.
- Interpréter $b(4)$ si $b(n)$ représente un stock après n jours.

9 ★ [CAL]

On définit $c(0) = 80$ et $c(n+1) = 0,75c(n) + 30$. Calculer $c(1)$, $c(2)$, $c(3)$ et $c(4)$.

10 ★★ [CAL, RAI]

On définit $d(1) = 50$ et $d(n+1) = 1,1d(n) - 2$. Calculer $d(2)$, $d(3)$ et $d(4)$. Pourquoi ne faut-il pas commencer par calculer $d(0)$?

11 ★ [REP, RAI]

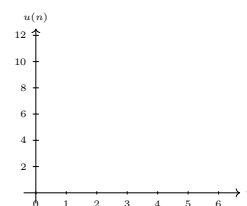
Associer chaque description au bon mode de génération :

- $u(n) = 2n^2 + 5$;
- $v(0) = 10$ et $v(n+1) = 0,6v(n) + 4$;
- un tableau donnant les valeurs aux rangs 0 à 8 ;
- un programme qui répète une instruction.

Modes proposés : formule explicite, récurrence, tableau, algorithme.

12 ★ [REP]

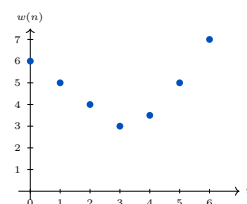
Placer les points $(n; u(n))$ pour la suite donnée par le tableau. Ne pas les relier.



n	0	1	2	3	4	5	6
$u(n)$	2	4	7	9	10	10	9

13 ★★ [REP, RAI]

Le graphique représente une suite w . Lire $w(0)$, $w(3)$, $w(6)$, puis décrire son évolution sur les rangs représentés.



14 ★ [REP, RAI]

Indiquer si chaque liste semble croissante, décroissante

ou ni l'une ni l'autre :

- a) 4; 6; 8; 11; 15, b) 25; 20; 16; 13; 11,
c) 2; 5; 4; 7; 6, d) 9; 9; 10; 10; 12.

15 ** [CAL, REP]

Compléter le tableau de la suite p définie par $p(0) = 300$ et $p(n+1) = 0,8p(n) + 50$, puis représenter les points pour $0 \leq n \leq 5$.

n	0	1	2	3	4	5
$p(n)$	300					

16 ** [MOD, CAL, COM]

Une entreprise possède 1 200 abonnés. Chaque mois, 8% des abonnés quittent le service et 140 nouveaux s'inscrivent. On note $a(n)$ le nombre d'abonnés après n mois.

1. Donner $a(0)$.
2. Traduire la situation par une relation de récurrence.
3. Calculer $a(1)$ et $a(2)$.

C — Tableur, algorithmes, choix et erreurs

17 * [REP, CAL]

Dans un tableur, la colonne A contient les rangs et la colonne B les termes. La cellule A2 contient 0, A3 contient $=A2+1$, B2 contient 400 et B3 contient $=0,9*B2+80$.

1. Quelle suite est générée ?
2. Calculer les contenus de A4, B3 et B4.

18 ** [RAI, COM]

Pour calculer la suite $u(0) = 50$, $u(n+1) = 0,7u(n) + 12$, trois élèves proposent :

$$=0,7*B2+12, \quad =0,7*B3+12, \quad =0,7*A2+12.$$

Laquelle doit être saisie en B3 ? Expliquer les erreurs des deux autres.

19 ** [REP, RAI]

On exécute le programme :

```
u = 100
for n in range(4):
    print(n, u)
    u = 0.8*u + 30
```

Écrire les quatre lignes affichées.

20 ** [RAI, COM]

Maya affirme : « $u(5)$ est le cinquième terme de toute suite. » Expliquer pourquoi cette phrase est parfois fausse et la corriger.

21 ** [RAI, COM]

Un élève relie les points représentant une suite et lit une valeur pour $n = 2,5$. Identifier les deux erreurs et proposer une phrase correcte.

22 ** [CH, REP, CAL]

On donne les premiers termes d'une suite :

$$40; 52; 61,6; 69,28; 75,424.$$

1. Calculer les écarts entre termes consécutifs.
2. Tester la règle $u(n+1) = 0,8u(n) + 20$.
3. Donner le terme suivant si cette règle se poursuit.

23 *** [CH, MOD, RAI]

Une quantité est décrite par $q(0) = 60$ et $q(n+1) = 90 - q(n)$.

1. Calculer les six premiers termes.
2. Représenter les points correspondants.
3. La suite est-elle croissante ou décroissante ?
4. Expliquer pourquoi quelques suites n'appartiennent à aucune de ces deux catégories.

24 ** [MOD, CAL, COM]

Le stock d'une boutique est de 500 articles le lundi matin. Chaque jour, elle vend 18 articles et reçoit une livraison de 10 articles en fin de journée. On note $s(n)$ le stock après n jours.

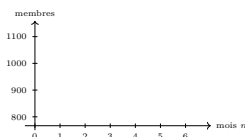
1. Donner $s(0)$ et une relation de récurrence.
2. Calculer $s(1)$, $s(2)$ et $s(5)$.
3. Interpréter $s(5)$.

D — Synthèse et problèmes de gestion

Pour chaque problème, définir précisément la suite, choisir le mode de génération, calculer puis interpréter. Les réponses numériques sans phrase de conclusion sont insuffisantes.

25 *** [MOD, REP, RAI, COM]

Une enseigne teste un programme de fidélité. Le nombre de membres actifs est donné ci-dessous. Représenter la suite, décrire son évolution et rédiger une conclusion destinée au responsable.



n	0	1	2	3	4	5	6
$m(n)$	820	875	921	960	994	1023	1048

26 *** [CH, MOD, CAL, COM]

Une entreprise veut suivre ses déchets mensuels. Elle produit initialement 900 kg. Chaque mois, elle réduit de 12% la quantité du mois précédent, mais un nouveau processus ajoute 35 kg.

1. Définir une suite adaptée et traduire la situation.
2. Calculer les quantités des quatre mois suivants.
3. Construire un tableau pouvant être recopié dans un tableur.
4. Commenter l'évolution observée sans extrapoler au-delà des données calculées.

27 *** [CH, MOD, RAI, COM]

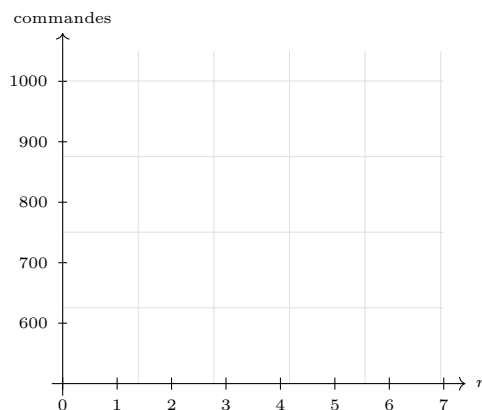
Deux modèles décrivent le nombre de commandes d'un site :

$$A(n) = 600 + 45n$$

et

$$B(0) = 600, \quad B(n+1) = 0,85B(n) + 140.$$

1. Calculer les termes de rangs 0 à 6 pour chaque modèle.
2. Représenter les deux suites dans un même repère avec des symboles différents.
3. Comparer les prévisions et expliquer pourquoi les deux modèles peuvent partir de la même valeur sans évoluer de la même façon.



28 *** [CH, MOD, REP, COM]

À partir d'une situation réelle de gestion, de fréquentation ou de données sociales :

1. choisir une grandeur observée à intervalles réguliers ;
2. préciser le rang initial et le sens de $u(n)$;
3. proposer un tableau de cinq termes cohérents ;
4. choisir un mode de génération possible ;
5. expliquer comment représenter la suite.

La cohérence du modèle et la qualité de l'interprétation sont prioritaires.

Compétences travaillées. CH MOD REP RAI CAL COM.