

TD N04 — Fonctions : registres et lectures graphiques

Première STMG — Mathématiques

Objectif. Modéliser une dépendance par une fonction, changer de registre, lire images et antécédents, résoudre graphiquement des équations ou inéquations et interpréter signe et variations.

Conseils. Toujours distinguer fonction, courbe, image et antécédent. Sur un graphique, les lectures sont parfois approchées. Dans un contexte, préciser les unités et la signification du résultat.

Outils. Calculatrice autorisée lorsqu'une formule est donnée. Les lectures graphiques se font directement sur le sujet.

Parcours conseillé. Classe : 1 à 17, 25 Maison : 18 à 22, 26 et 27 Approfondir : 23, 24, 28 à 30

A — Réactivation et vocabulaire

1★[REP]

On considère $f(x) = 3x - 7$.

a) Calculer $f(0)$, $f(4)$ et $f(-2)$.

b) Écrire la fonction avec la notation $x \mapsto f(x)$.

2★[COM]

Traduire chaque égalité par deux phrases, l'une avec « image », l'autre avec « antécédent » :

$$f(5) = 12; \quad g(-3) = 4.$$

3★[REP]

Compléter :

x	-2	0	3	5
$h(x)$	6	-1	4	6

a) Donner l'image de 3.

b) Donner les antécédents de 6.

c) Le nombre 2 a-t-il une image dans ce tableau ?

4★[CAL, REP]

Pour $C(x) = 5x + 80$, compléter :

x	0	10	25	40
$C(x)$	...	...	...	...

5★[REP]

Associer chaque situation à la variable d'entrée et à la valeur de sortie.

a) Coût selon le nombre d'objets.

b) Fréquentation selon le mois.

c) Recette selon le prix de vente.

6★[RAI, COM]

Parmi les relations suivantes, lesquelles peuvent définir une fonction de x ?

a) À chaque salarié, on associe son salaire mensuel.

b) À chaque salarié, on associe ses deux loisirs préférés.

c) À chaque prix testé, on associe le chiffre d'affaires obtenu.

Justifier.

7★[REP]

Pour chacun des objets suivants, préciser le registre utilisé : phrase, tableau, formule ou graphique.

$$x \mapsto 2x + 5;$$

x	$f(x)$
1	3
2	5

B — Images, antécédents et lectures

8★[CAL, COM]

Le coût, en euros, de x livraisons est $C(x) = 6x + 90$.

a) Calculer $C(15)$.

b) Interpréter le résultat.

c) Résoudre $C(x) = 210$ et interpréter.

9★[REP, CAL]

On donne $u(x) = x^2 - 4$.

a) Calculer $u(-3)$, $u(0)$ et $u(3)$.

b) Que remarque-t-on pour -3 et 3 ?

c) Cette observation est-elle compatible avec l'unicité de l'image ?

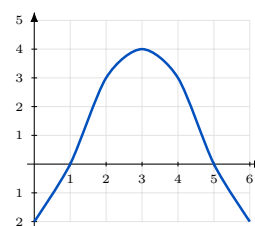
10★[REP]

La courbe représente une fonction f sur $[0; 6]$.

a) Lire $f(0)$, $f(2)$, $f(3)$ et $f(6)$.

b) Donner les antécédents de 3.

c) Donner les antécédents de 0.



11★[REP]

Avec la courbe de l'exercice 10 :

a) résoudre $f(x) = 4$;

b) résoudre $f(x) > 0$;

c) résoudre $f(x) \leq 0$.

12★[REP]

Toujours avec la courbe de l'exercice 10 :

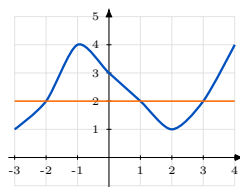
a) sur quel intervalle f est-elle croissante ?

b) sur quel intervalle est-elle décroissante ?

c) donner son maximum et préciser où il est atteint.

13 ** [REP]

La courbe représente une fonction g .



- Résoudre $g(x) = 2$.
- Résoudre $g(x) \geq 2$.
- Résoudre $g(x) < 2$.

14 ** [REP, RAI]

Avec la courbe de l'exercice 13 :

- donner les intervalles où g est croissante ;
- donner ceux où g est décroissante ;
- citer un minimum local et un maximum local visibles.

15 * [REP, COM]

Une fonction R donne la recette en milliers d'euros selon le prix x en euros. On lit $R(12) = 48$.

- Traduire cette égalité dans le contexte.
- Donner les unités des deux nombres.

16 ** [REP, RAI]

Une courbe coupe l'axe des abscisses en -2 et 5 . Elle est au-dessus de l'axe entre ces deux nombres.

- Donner les solutions de $f(x) = 0$.
- Donner les solutions de $f(x) > 0$.
- Donner les solutions de $f(x) \leq 0$.

17 ** [REP, COM]

Expliquer, sans effectuer de lecture numérique, la démarche graphique permettant de résoudre :

$$f(x) = 3, \quad f(x) > 3, \quad f(x) \leq 3.$$

C — Changer de registre et raisonner

18 ** [REP, CAL]

La fonction P est définie par $P(x) = 80 - 5x$.

- Construire un tableau pour $x = 0, 4, 8, 12$.

- Placer les points correspondants dans un repère.
- Décrire l'évolution de P .

19 ** [RAI, COM]

Un élève affirme : « puisque $f(2) = 5$, alors l'image de 5 est 2 ». Corriger cette phrase en utilisant le vocabulaire adapté.

20 ** [RAI, COM]

Un élève écrit : « la courbe vaut 4 pour $x = 3$ ». Expliquer pourquoi cette formulation est incorrecte et la remplacer par deux formulations rigoureuses.

21 ** [REP, RAI]

On sait que f est croissante sur $[0; 4]$, puis décroissante sur $[4; 9]$, avec $f(0) = 1$, $f(4) = 7$ et $f(9) = 2$.

- Esquisser une courbe possible.
- Donner le maximum.
- Peut-on connaître exactement $f(2)$? Justifier.

22 ** [CH, REP]

Construire une courbe représentant une fonction h sur $[-3; 5]$ telle que :

- $h(-3) = -1$, $h(0) = 3$, $h(5) = 1$;
- h est croissante sur $[-3; 0]$, puis décroissante ;
- $h(x) = 0$ possède deux solutions.

23 ** [RAI, REP]

Peut-on tracer la courbe d'une fonction passant par les points

$$A(1; 2), \quad B(1; 5), \quad C(3; 4)?$$

Justifier à l'aide de la définition d'une fonction.

24 ** [CH, COM]

Inventer une situation de gestion dans laquelle :

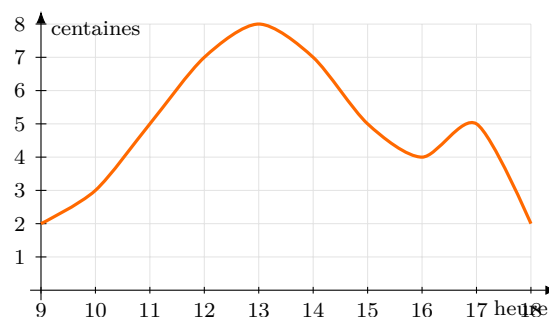
- la variable d'entrée est un prix ;
- l'image est un chiffre d'affaires ;
- une même valeur de chiffre d'affaires peut avoir deux antécédents.

D — Synthèse et problèmes en contexte

25 *** [MOD, REP, COM]

Fréquentation d'un espace culturel. La fonction F donne la fréquentation quotidienne, en centaines de visiteurs, selon l'heure t , entre 9 h et 18 h.

- Lire $F(10)$, $F(14)$, $F(17)$, puis le maximum.
- À quelles heures la fréquentation vaut-elle 500 visiteurs ? Quand la dépasse-t-elle ?
- Décrire les variations dans une phrase.
- Interpréter le maximum dans le contexte.



26 *** [MOD, CAL, COM]

Coût de fabrication. Pour x dizaines d'objets, le coût total en euros est

$$C(x) = 35x + 240, \quad 0 \leq x \leq 30.$$

- Identifier les variables, leurs unités et le domaine du modèle.
- Calculer le coût pour 120 objets.
- Déterminer le nombre d'objets correspondant à 765 euros.
- Construire un tableau de valeurs puis représenter la fonction.

27 *** [MOD, REP, RAI]

Chiffre d'affaires selon le prix. Une entreprise dispose du tableau suivant.

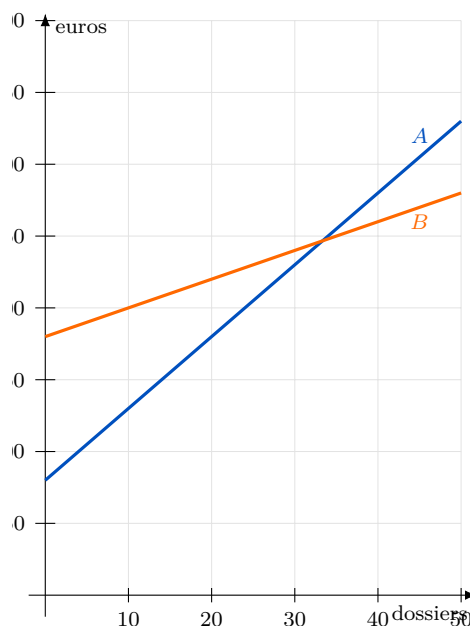
Prix x (euros)	8	10	12	14	16	18
CA $R(x)$ (k€)	36	45	52	54	50	40

- Placer les points dans un repère et les relier prudemment.
- Donner l'image de 14 et l'interpréter.
- Estimer les prix correspondant à un chiffre d'affaires de 50 k€.
- Pour quels prix du tableau le chiffre d'affaires dépasse-t-il 45 k€ ?
- Décrire les variations et donner le maximum observé.

28 *** [CH, MOD, REP, COM]

Comparer deux offres. Le graphique représente les coûts $A(x)$ et $B(x)$, en euros, de deux prestataires selon le nombre x de dossiers traités.

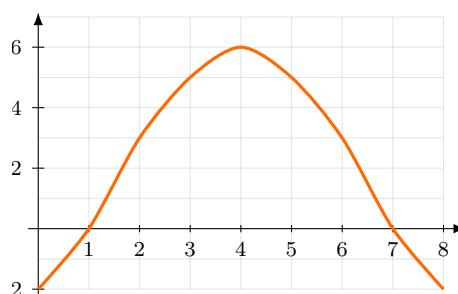
- Lire $A(20)$ et $B(20)$.
- Résoudre graphiquement $A(x) = B(x)$.
- Pour quelles quantités l'offre A est-elle moins chère ?
- Quelle offre choisir pour 35 dossiers ? Justifier.
- Interpréter le point d'intersection.



29 *** [CH, REP, RAI, COM]

Vérifier une communication. Le bénéfice $B(x)$, en milliers d'euros, dépend du prix x . Un communiqué affirme : « augmenter le prix augmente toujours le bénéfice ».

- Décrire les variations visibles.
- Donner un contre-exemple à l'affirmation.
- Estimer le prix donnant le bénéfice maximal.
- Résoudre graphiquement $B(x) > 0$.
- Rédiger une conclusion plus rigoureuse.



30 *** [CH, MOD, REP, COM]

Créer un modèle cohérent. Imaginer une situation STMG décrite par une fonction sur un intervalle donné.

- Définir clairement la variable d'entrée et la valeur de sortie.
- Fournir un tableau comportant au moins cinq valeurs.
- Tracer une courbe compatible avec le tableau.
- Poser une question d'image, une question d'antécédent et une question d'inéquation graphique.
- Expliquer ce que représenterait un maximum dans la situation choisie.

Compétences travaillées. CH MOD REP RAI CAL COM.