

OBJECTIFS

- Choisir un modèle discret adapté à une situation.
- Calculer et interpréter un terme de rang donné.
- Déterminer le premier rang où un seuil est franchi.
- Comparer deux modèles au même rang.
- Calculer une somme finie de termes.
- Utiliser un tableur, une liste et un programme Python.

ACTIVITE DE DEPART

Une entreprise possède 2 400 abonnés. Elle prévoit une hausse de 4 % par an. On note $u(n)$ le nombre prévu après n années :

$$u(0) = 2\,400, \quad u(n+1) = 1,04u(n).$$

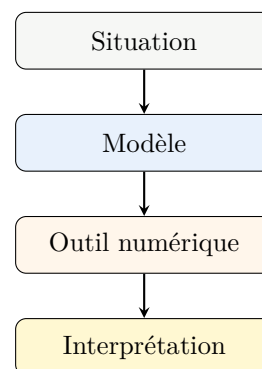
1. Calculer les premiers termes.
2. À partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera-t-il 3 000 ?
3. Quel outil permet d'éviter des calculs répétitifs ?

1. Modéliser et choisir un outil

Définition (Modèle discret) Une suite modélise une grandeur observée à des étapes séparées : mois, années, commandes ou périodes. Le rang n est entier et $u(n)$ représente la valeur à l'étape n .

Méthode Avant tout calcul :

1. préciser la grandeur étudiée et son unité ;
2. définir $u(n)$ et le rang initial ;
3. traduire l'évolution par une formule ou une récurrence ;
4. choisir l'outil adapté à la question.



Question	Outil efficace
Un terme isolé	formule explicite
Une liste de termes	tableur ou boucle <code>for</code>
Le premier rang dépassant un seuil	boucle <code>while</code>
Une somme de termes	accumulateur
Comparer deux modèles	tableau, graphique ou boucle

Vigilance. Le résultat numérique n'est pas la conclusion. Il faut revenir au contexte et préciser l'unité ou la période.

Exemple Dans l'activité, $u(n) = 2\,400 \times 1,04^n$. Cette formule est efficace pour calculer directement $u(10)$, mais une boucle est plus adaptée à la recherche du premier rang où $u(n) > 3\,000$.

⇒ TD S15–S16 – Partie A : choisir le modèle et l'outil adaptés.

2. Chercher un rang seuil

Définition (Rang seuil) Chercher le **rang seuil** revient à déterminer le plus petit entier n pour lequel une condition devient vraie, par exemple

$$u(n) > 3\,000, \quad u(n) \leq 500$$

ou encore $u(n) > v(n)$.

Méthode Avec un tableur.

1. générer les rangs dans la colonne A ;
2. générer les termes dans la colonne B ;
3. descendre jusqu'au premier terme vérifiant la condition ;
4. lire le rang sur la même ligne.

	A	B
1	n	$u(n)$
2	0	2400
3	$=A2+1$	$=1,04*B2$

Pour l'activité, on obtient $u(5) \approx 2920$ et $u(6) \approx 3037$. Le seuil est donc franchi au rang 6.

Méthode Pour justifier qu'un rang est bien le premier, vérifier les deux informations :

$$u(n-1) \leq S \quad \text{et} \quad u(n) > S.$$

⇒ TD S15–S16 – Partie B : seuils et comparaison de suites.

3. Calculer une somme finie

Définition (Somme finie) La somme des termes de rangs 0 à N est notée ici

$$S = u(0) + u(1) + \cdots + u(N).$$

Elle comporte $N + 1$ termes.

Méthode Avec un tableur. Si les termes $u(0)$ à $u(6)$ sont dans les cellules B2 à B8, la formule

=SOMME(B2:B8)

calcule leur somme.

Exemple Si $u(n)$ est le coût du mois n , alors

$$u(0) + u(1) + \cdots + u(6)$$

représente le coût cumulé sur sept mois, du mois 0 au mois 6.

Méthode Pour contrôler une somme :

- préciser les premiers et derniers termes ajoutés ;
- compter le nombre de termes ;
- vérifier que la somme est cohérente avec leur ordre de grandeur.

⇒ TD S15–S16 – Partie B : accumulateurs et coûts cumulés.

Méthode Avec Python.

```
n = 0
u = 2400
while u <= 3000:
    n = n + 1
    u = 1.04*u
print(n, u)
```

La boucle continue **tant que** le seuil n'est pas franchi. À la sortie, n est le premier rang tel que $u(n) > 3000$.

Vigilance. La condition de la boucle est l'opposé de la condition recherchée. Pour chercher $u(n) > 3000$, on répète tant que $u \leq 3000$.

Méthode Avec un accumulateur Python.

```
u = 200
somme = 0
for n in range(7):
    somme = somme + u
    u = 1.03*u
print(somme)
```

L'accumulateur **somme** mémorise le total déjà calculé.

Vigilance. `range(7)` fournit les rangs 0 à 6. Il faut distinguer le dernier rang et le nombre de termes.

4. Listes et comparaison de deux modèles

Définition (Liste Python) Une liste permet de conserver plusieurs valeurs dans une même variable.

```
u = 500
termes = [u]
for n in range(6):
    u = u + 35
    termes.append(u)
print(termes)
```

Cette liste contient les termes de rangs 0 à 6.

Méthode Comparer deux modèles. Pour déterminer le premier rang où $v(n) > u(n)$, on peut utiliser :

```
n = 0
u = 500
v = 500
while v <= u:
    n = n + 1
    u = u + 35
    v = 1.06*v
print(n, u, v)
```

À la sortie, n est le premier rang où le second modèle dépasse le premier.

Propriété (Suite ou fonction) Une suite décrit une évolution discrète aux rangs entiers. Une fonction peut modéliser une évolution continue sur un intervalle. Le contexte détermine le modèle pertinent.

Vigilance. Dans une comparaison, les deux valeurs doivent correspondre au même rang et à la même unité.

A RETENIR

- Un rang seuil est le premier entier où une condition est vérifiée.
- Une boucle **while** répète un calcul tant qu'une condition reste vraie.
- Un accumulateur sert à calculer une somme finie.
- Une liste conserve plusieurs termes d'une suite.
- **range(N+1)** parcourt les rangs de 0 à N .
- Un résultat doit être contrôlé puis interprété dans le contexte.

APPLICATIONS IMMEDIATES

1. Pour $u(n) = 800 + 45n$, déterminer le premier rang où $u(n) > 1\,000$.
2. Traduire en Python : « tant que le stock est supérieur à 200 ».
3. Combien de termes contient $u(0) + \dots + u(12)$?
4. Expliquer le rôle de **somme = somme + u**.
5. Que contient la liste `[120, 132, 145.2]` ?
6. Pourquoi faut-il comparer $u(n)$ et $v(n)$ au même rang ?

⇒ TD S15–S16 : seuils, sommes et comparaison de modèles.