

OBJECTIFS

- Comprendre qu'une suite décrit une évolution étape par étape.
- Distinguer rang et terme.
- Utiliser une formule explicite ou une relation de récurrence.
- Calculer une liste de termes.
- Représenter une suite par un nuage de points.
- Décrire son sens de variation à partir de valeurs ou d'un graphique.

ACTIVITE DE DEPART

Une plateforme suit le nombre de comptes actifs à la fin de chaque mois. Deux modèles sont proposés :

$$u(n) = 400 + 35n$$

et

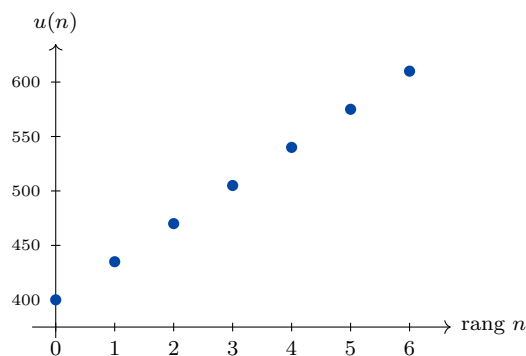
$$v(0) = 400, \quad v(n+1) = 0,9v(n) + 80.$$

1. Calculer les valeurs aux rangs 0, 1, 2 et 3.
2. Dans quel modèle peut-on calculer directement le rang 10 ?
3. Pourquoi ne trace-t-on que des points isolés ?

1. Une suite pour décrire une évolution discrète

Définition (Suite numérique) Une **suite numérique** est une liste ordonnée de nombres, repérés par des entiers appelés **rangs**. Le nombre associé au rang n est noté d'abord $u(n)$, puis plus brièvement u_n . On l'appelle le **terme de rang n** .

Définition (Évolution discrète) Une évolution est **discrète** lorsqu'elle est observée à des étapes séparées : chaque jour, chaque mois, après chaque achat ou à chaque année. Les rangs sont donc des entiers.



Exemple Si $u(n)$ désigne le nombre de clients après n mois, alors $u(0)$ est l'effectif initial et $u(5)$ l'effectif après cinq mois.

Vigilance. Les points ne sont pas reliés : entre deux rangs entiers, aucun terme de la suite n'est défini.

Exemple Le point $(3; 505)$ signifie $u(3) = 505$.

Vigilance. Le rang et le terme sont deux objets différents : dans $u(4) = 540$, le rang est 4 et le terme est 540. Le premier rang peut être 0, 1 ou un autre entier : il doit toujours être précisé.

⇒ TD S11–S12 – Partie A : rang, terme et lecture d'une suite.

2. Différents modes de génération

Définition (Formule explicite) Une suite est définie par une **formule explicite** lorsque $u(n)$ est donné directement en fonction de n .

Méthode Pour calculer un terme, on remplace n par le rang demandé.

Exemple Pour $u(n) = 400 + 35n$,

$$u(4) = 400 + 35 \times 4 = 540.$$

Le terme de rang 4 est 540.

Avantage. Une formule explicite permet de calculer directement un terme éloigné, par exemple $u(50)$.

Définition (Relation de récurrence) Une suite est définie par **récurrence** lorsque l'on connaît un terme initial et une règle permettant de calculer chaque terme à partir du précédent.

Méthode On part du terme initial, puis on applique la règle autant de fois que nécessaire.

Exemple Si $v(0) = 400$ et $v(n+1) = 0,9v(n) + 80$, alors

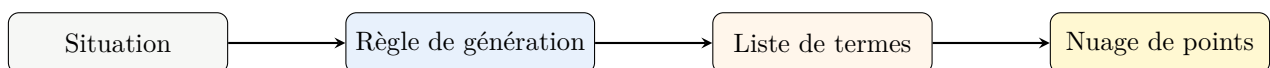
$$v(1) = 0,9 \times 400 + 80 = 440,$$

puis

$$v(2) = 0,9 \times 440 + 80 = 476.$$

Vigilance. Pour calculer $v(2)$, on utilise $v(1)$, et non directement $v(0)$.

Propriété (Autres modes de génération) Une suite peut aussi être donnée par un tableau de valeurs, un graphique, un motif évolutif, un algorithme ou une situation décrite par une phrase. Il faut alors identifier le rang initial et la règle utilisée.



⇒ TD S11–S12 – Partie B : calculer des termes et changer de registre.

3. Représenter et décrire l'évolution

Définition (Représentation graphique) La représentation graphique d'une suite u est le nuage de points de coordonnées $(n; u(n))$, pour les rangs considérés.

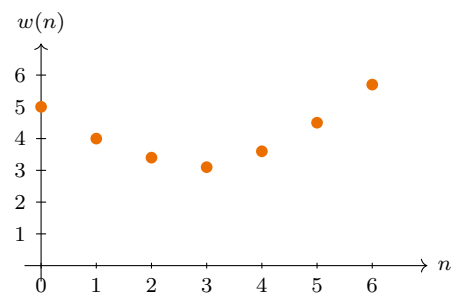
Définition (Sens de variation) Une suite est **croissante** lorsque chaque terme est supérieur ou égal au précédent :

$$u(n+1) \geq u(n).$$

Elle est **décroissante** lorsque

$$u(n+1) \leq u(n).$$

Elle peut aussi n'être ni croissante ni décroissante.



Cette suite diminue d'abord puis augmente : elle n'est donc ni croissante ni décroissante sur l'ensemble des rangs représentés.

Vigilance. Quelques points ne suffisent pas toujours à démontrer une propriété valable pour tous les rangs.

Méthode À partir d'un tableau ou d'un graphique, on compare les termes consécutifs. Une observation permet de **conjecturer** le sens de variation sur les rangs représentés.

Exemple Le tableau

n	0	1	2	3	4
$a(n)$	120	132	145	157	169

permet de conjecturer que la suite a est croissante sur les rangs 0 à 4.

⇒ TD S11–S12 – Parties B et C : nuages de points, variations et analyse d'erreurs.

4. Générer une suite avec un tableur ou Python

Méthode Avec un tableur. Pour la suite définie par $v(0) = 400$ et $v(n + 1) = 0,9v(n) + 80$:

	A	B
1	n	$v(n)$
2	0	400
3	$=A2+1$	$=0,9*B2+80$

On recopie ensuite les formules de la ligne 3 vers le bas.

Vigilance. La formule de la colonne B utilise la cellule du terme précédent. Une référence incorrecte produit une autre suite.

Méthode Modéliser une situation par une suite.

1. Préciser ce que représente le rang n et ce que représente le terme $u(n)$.
2. Identifier le rang initial et écrire le terme initial.
3. Traduire la règle d'évolution par une formule explicite ou une relation de récurrence.
4. Calculer quelques termes, contrôler leur cohérence et les interpréter avec les unités.

Exemple Un entrepôt contient initialement 650 colis. Chaque jour, 40 colis sont expédiés et 15 nouveaux colis arrivent. En notant $s(n)$ le stock après n jours, on écrit

$$s(0) = 650 \quad \text{et} \quad s(n + 1) = s(n) - 40 + 15.$$

Ainsi $s(1) = 625$. Cette valeur représente le stock à la fin du premier jour.

Mode	Question naturelle	Point de vigilance
Formule explicite	Calculer directement un rang éloigné	Remplacer correctement n
Récurrence	Décrire une évolution étape par étape	Utiliser le terme précédent
Tableau ou graphique	Lire et comparer des termes	Ne pas inventer les rangs absents
Tableur ou programme	Générer rapidement une liste	Contrôler les références et l'ordre

Préparation de N09. Certaines suites évoluent selon un ajout constant ou une multiplication constante ; ces modèles particuliers seront étudiés dans la notion suivante. Toutes les suites ne suivent pas l'un de ces deux modèles.

A RETENIR

- Une suite modélise une évolution observée à des rangs entiers.
- $u(n)$, puis u_n , désigne le terme de rang n .
- Une formule explicite calcule directement $u(n)$.
- Une relation de récurrence utilise un terme initial et le terme précédent.
- La représentation d'une suite est un nuage de points $(n ; u(n))$, sans relier les points.
- Un tableau, un graphique, un tableur ou un programme permettent de générer et d'étudier les termes.

APPLICATIONS IMMEDIATES

1. Pour $u(n) = 5n^2 + 2$, calculer $u(0)$, $u(2)$ et $u(6)$.
2. Pour $v(0) = 10$ et $v(n + 1) = 0,5v(n) + 3$, calculer $v(1)$, $v(2)$ et $v(3)$.
3. Dans $w(7) = 42$, préciser le rang et le terme.
4. Placer les points associés aux termes 3, 5, 4, 7 de rangs 0 à 3.
5. Dire si la suite 8, 11, 14, 18 semble croissante.
6. Expliquer la formule tableur $=0,8*B2+25$.

⇒ TD S11–S12 : calculs, changements de registre et problèmes de gestion.