

OBJECTIFS

- Calculer et interpréter une proportion.
- Distinguer variation absolue et variation relative.
- Passer d'un taux d'évolution à un coefficient multiplicateur.
- Traiter des évolutions successives et réciproques.
- Retrouver une valeur initiale ou finale.
- Contrôler la vraisemblance d'un résultat.

ACTIVITÉ DE DÉPART – UNE CAMPAGNE COMMERCIALE

Une boutique suit trois indicateurs.

Indicateur	Avant	Après
Clients abonnés	240 sur 600	294 sur 700
Prix d'un sac	80 €	remise de 15 %
Chiffre d'affaires	420 000 €	462 000 €

1. Comparer les deux proportions de clients abonnés.
2. Calculer le nouveau prix du sac.
3. Calculer l'augmentation du chiffre d'affaires en euros, puis en pourcentage.
4. Une seconde remise de 10 % équivaut-elle à une remise totale de 25 % ?

1. Proportion et pourcentage

Définition (Proportion) Dans une population de référence d'effectif N , une sous-population d'effectif n représente la proportion

$$p = \frac{n}{N}.$$

On a $0 \leq p \leq 1$. Sous forme de pourcentage, cette proportion vaut $100p$ %.

Méthode Pour calculer une proportion, identifier d'abord le **tout** N , puis la **partie** n . Pour calculer p % d'une valeur V , multiplier V par $\frac{p}{100}$.

Exemple Dans l'activité, avant la campagne, la proportion d'abonnés est

$$\frac{240}{600} = 0,40 = 40 \, \%.$$

Après la campagne, elle vaut $\frac{294}{700} = 0,42 = 42 \, \%$.

Propriété (Calculer une partie ou retrouver le total) Si une partie représente la proportion p d'un total N , alors

$$n = p \times N.$$

Si n et $p \neq 0$ sont connus, alors

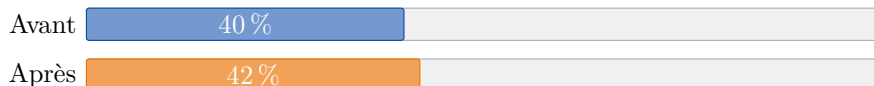
$$N = \frac{n}{p}.$$

Exemple 18 % de 250 salariés représentent $0,18 \times 250 = 45$ salariés. Si 45 salariés représentent 18 % de l'effectif, l'effectif total est $45 \div 0,18 = 250$.

Vigilance. Passer de 40 % à 42 % correspond à une hausse de **2 points de pourcentage**. La hausse relative est

$$\frac{42 - 40}{40} = 0,05 = 5 \, \%.$$

⇒ TD N02, partie A : exercices 1 à 8



Les effectifs totaux diffèrent : on compare les **proportions**, et non seulement les nombres d'abonnés.

2. Mesurer et appliquer une évolution

Définition (Variation absolue et taux d'évolution) Une valeur passe de V_i à V_f .

$$\text{Variation absolue} = V_f - V_i, \quad t = \frac{V_f - V_i}{V_i}.$$

Le taux t est positif pour une hausse et négatif pour une baisse.

Exemple Le chiffre d'affaires augmente de 462 000 – 420 000 = 42 000 euros. Son taux d'évolution est

$$\frac{42\,000}{420\,000} = 0,10 = 10\%.$$

Propriété (Coefficient multiplicateur) À un taux d'évolution t correspond le coefficient multiplicateur

$$CM = 1 + t.$$

Ainsi,

$$V_f = V_i \times (1 + t).$$

Une hausse de $p\%$ correspond à $1 + \frac{p}{100}$, une baisse à $1 - \frac{p}{100}$.

Évolution	Taux t	$CM = 1 + t$
hausse de 12 %	0,12	1,12
baisse de 8 %	-0,08	0,92

Méthode Retrouver une valeur.

$$\boxed{V_i} \xrightarrow{\times 1+t} \boxed{V_f} \quad V_f = V_i \times (1 + t), \quad V_i = \frac{V_f}{1 + t}.$$

Avant de calculer, prévoir si la valeur finale doit être supérieure ou inférieure à la valeur initiale.

Exemple Après une remise de 15 %, le sac coûte $80 \times 0,85 = 68$ euros. Un prix soldé de 68 euros après une remise de 15 % provenait d'un prix initial $68 \div 0,85 = 80$ euros.

Vigilance. Pour retrouver la valeur initiale, on **divise** par le coefficient multiplicateur ; on ne retranche pas simplement le pourcentage.

⇒ TD N02, partie B : exercices 9 à 19

3. Enchaîner plusieurs évolutions

Propriété (Évolutions successives) À des évolutions successives de coefficients $CM_1, CM_2, \dots$ correspond le coefficient global

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \dots$$

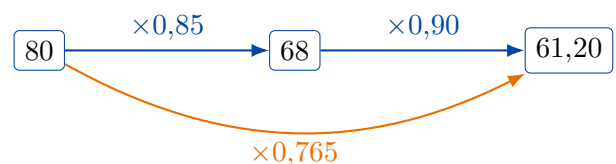
Le taux global est alors $t_{\text{global}} = CM_{\text{global}} - 1$.

Exemple Deux remises successives de 15 % puis 10 % donnent

$$CM_{\text{global}} = 0,85 \times 0,90 = 0,765.$$

Le taux global vaut $0,765 - 1 = -0,235$, soit une remise totale de 23,5 %, et non 25 %.

Méthode Transformer chaque taux en coefficient, multiplier les coefficients, puis revenir au taux en retirant 1. Garder les valeurs exactes jusqu'à la dernière étape.



Vigilance. Les taux ne s'additionnent généralement pas. En revanche, les coefficients multiplicateurs se multiplient.

Une hausse de 10 %, puis une baisse de 10 %, donne $1,10 \times 0,90 = 0,99$, soit une baisse globale de 1 %.

4. Évolution réciproque

Définition (Évolution réciproque) L'évolution réciproque ramène de la valeur finale à la valeur initiale. Si l'évolution directe a pour coefficient $CM \neq 0$, alors

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}.$$

Le taux réciproque est $t_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1+t} - 1$.

Exemple Une hausse de 25 % a pour coefficient 1,25. Le coefficient réciproque vaut

$$\frac{1}{1,25} = 0,80.$$

Exemple Une baisse de 20 % a pour coefficient 0,80. Son coefficient réciproque est

$$\frac{1}{0,80} = 1,25,$$

Pour revenir à la valeur initiale, il faut donc une baisse de 20 %. donc l'évolution réciproque est une hausse de 25 %.

Vigilance. Le taux réciproque n'est généralement pas l'opposé du taux initial.

⇒ TD N02, partie C : exercices 20 à 26

5. Utiliser un indice base 100

Définition (Indice base 100) On choisit une période de référence à laquelle on attribue l'indice 100. Pour une valeur V comparée à la valeur de référence V_0 ,

$$I = 100 \times \frac{V}{V_0}.$$

Un indice 108 signifie que la valeur est 8 % au-dessus de la valeur de référence.

Propriété (Évolution entre deux indices) Entre un indice initial I_i et un indice final I_f ,

$$t = \frac{I_f - I_i}{I_i}.$$

La base 100 n'intervient pas si l'on compare deux périodes non prises comme base.

Exemple Un indicateur passe de l'indice 104 à l'indice 117. Son taux d'évolution est

$$\frac{117 - 104}{104} = 0,125 = 12,5 \, \%.$$

À RETENIR

$$p = \frac{\text{partie}}{\text{total}}, \quad t = \frac{V_f - V_i}{V_i}, \quad CM = 1 + t, \quad V_f = V_i \times CM.$$

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2, \quad CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}.$$

Toujours conclure dans le contexte, avec une unité et un ordre de grandeur cohérent.

APPLICATIONS IMMÉDIATES

- Calculer 12 % de 350.
- Une valeur passe de 80 à 92. Calculer le taux d'évolution.
- Donner le coefficient d'une baisse de 7 %.
- Calculer le taux global d'une hausse de 20 %, puis d'une baisse de 10 %.
- Déterminer le taux réciproque d'une hausse de 25 %.
- Un indice passe de 120 à 126. Calculer l'évolution.

⇒ TD N02, partie D : exercices 27 à 30