

OBJECTIFS

- Utiliser les notations d'ensembles et d'intervalles.
- Traduire correctement les mots « et » et « ou ».
- Lire un tableau ou un graphique en tenant compte des unités.
- Organiser des données dans un tableau croisé.
- Installer une routine de calcul sans calculatrice.

ACTIVITÉ DE DÉPART – UNE ÉQUIPE À DÉCRIRE

Une entreprise emploie dix personnes. Le tableau donne leur service et indique si elles ont suivi la formation tableur.

Identifiant	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Service	V	V	G	L	V	G	L	V	L	G
Formation	O	N	O	O	O	N	N	O	O	O

On note V l'ensemble des personnes du service Vente, G celui du service Gestion, L celui du service Logistique et F l'ensemble des personnes formées.

1. Écrire les ensembles V et F .
2. Interpréter $6 \in G$ et $2 \notin F$.
3. Déterminer $V \cap F$ puis $V \cup F$.
4. Construire un tableau croisé *service / formation*. La phrase « toutes les personnes de Logistique sont formées » est-elle vraie ?

1. Décrire avec des ensembles et des intervalles

Définition (Ensemble, élément et appartenance) Un **ensemble** est une collection d'objets. Si l'objet x appartient à l'ensemble A , on écrit $x \in A$. Sinon, on écrit $x \notin A$. L'ensemble qui ne contient aucun élément est noté $\emptyset$.

Définition (Inclusion et cardinal) Dire que A est inclus dans B signifie que tout élément de A appartient à B . On écrit $A \subset B$. Pour un ensemble fini A , son nombre d'éléments est son **cardinal**, noté $\text{card}(A)$.

Exemple Dans l'activité, $V = \{1; 2; 5; 8\}$, donc $1 \in V$, $3 \notin V$, $V \subset \{1; 2; \dots; 10\}$ et $\text{card}(V) = 4$.

Vigilance. Un nombre *appartient* à un ensemble : $2 \in V$. Un ensemble est *inclus* dans un autre : $V \subset \mathcal{U}$.

Propriété (Ensembles de nombres) On utilise notamment

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Ainsi $5 \in \mathbb{N}$, $-3 \in \mathbb{Z}$, $0,25 \in \mathbb{D}$ et $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Définition (Intervalle) Un intervalle rassemble tous les nombres réels compris entre deux bornes. Par exemple :

$$x \in [2; 7[\text{ signifie } 2 \leq x < 7.$$

Une borne est incluse avec un crochet fermé et exclue avec un crochet ouvert.

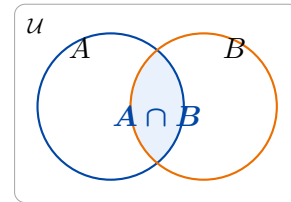
Intervalle	Condition sur x
$] -\infty; a]$	$x \leq a$
$[a; b]$	$a \leq x \leq b$
$]a; b[$	$a < x < b$
$[a; +\infty[$	$x \geq a$

Méthode Pour passer d'une condition à un intervalle, repérer les bornes puis vérifier si chacune est autorisée. Exemple : $-1 < x \leq 4$ s'écrit $x \in]-1; 4]$.

2. Relier les ensembles et la logique

Définition (Intersection, réunion et complémentaire) Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble de référence $\mathcal{U}$.

- $A \cap B$ contient les éléments appartenant à A **et** à B .
- $A \cup B$ contient les éléments appartenant à A **ou** à B , éventuellement aux deux.
- Le complémentaire de A dans $\mathcal{U}$, noté $\overline{A}$, contient les éléments de $\mathcal{U}$ qui n'appartiennent pas à A .



Propriété (Traduction logique) Pour tout élément x ,

$x \in A \cap B$ signifie $(x \in A)$ **et** $(x \in B)$,

$x \in A \cup B$ signifie $(x \in A)$ **ou** $(x \in B)$.

Le « ou » mathématique est inclusif : un élément peut vérifier les deux conditions.

Exemple Dans l'activité, $V \cap F = \{1; 5; 8\}$. De plus, $V \cup F = \{1; 2; 3; 4; 5; 8; 9; 10\}$.

Définition (Contre-exemple)

Pour montrer qu'une affirmation générale est fausse, il suffit de trouver un cas où elle ne fonctionne pas : c'est un **contre-exemple**.

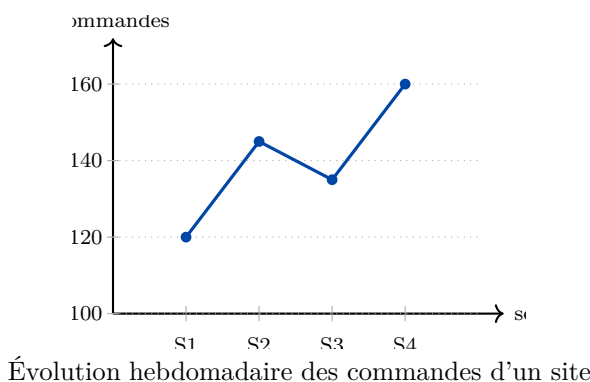
Méthode Face à une phrase contenant « tous » ou « toujours », chercher d'abord un objet qui ne vérifie pas la conclusion.

Exemple L'affirmation « toutes les personnes de Logistique sont formées » est fausse : la personne 7 appartient à L mais n'appartient pas à F . L'identifiant 7 est un contre-exemple.

3. Lire, contrôler et organiser des données

Méthode Pour lire un tableau ou un graphique :

1. identifier la population et la grandeur étudiée ;
2. lire les titres, légendes, axes et unités ;
3. repérer la ligne, la colonne ou l'abscisse utile ;
4. donner la valeur avec son unité ;
5. interpréter par une phrase dans le contexte.



Exemple À la semaine S2, le graphique indique environ 145 commandes. Entre S2 et S3, le nombre de commandes diminue d'environ 10.

Vigilance. Une hauteur sur un graphique n'a de sens qu'avec l'échelle de l'axe. Il faut toujours citer l'unité.

Définition (Tableau croisé) Un tableau croisé répartit une population selon **deux critères**. Chaque case intérieure contient l'effectif correspondant à une combinaison des deux critères. Les totaux des lignes et des colonnes permettent de contrôler le tableau.

Exemple À partir des données de l'activité :

Service	Formés	Non formés	Total
Vente	3	1	4
Gestion	2	1	3
Logistique	2	1	3
Total	7	3	10

La case 2 située à la ligne « Gestion » et à la colonne « Formés » signifie que deux personnes du service Gestion ont suivi la formation.

Méthode Dans un tableur :

1. saisir une ligne par individu et une colonne par variable ;
2. sélectionner les données ;
3. créer un tableau croisé ;
4. placer un critère en lignes, l'autre en colonnes ;
5. compter les identifiants dans les valeurs ;
6. vérifier que les totaux coïncident avec l'effectif total.

Vigilance. Une donnée brute décrit un individu. Une case du tableau croisé donne un *effectif* : elle ne désigne plus un individu particulier.

4. Comprendre le statut d'une égalité et des lettres

Définition (Identité et équation) Une **identité** est une égalité vraie pour toutes les valeurs autorisées des lettres. Une **équation** est une égalité qui n'est vraie que pour certaines valeurs de l'inconnue ; résoudre l'équation consiste à déterminer toutes ces valeurs.

Exemple L'égalité $2(x + 3) = 2x + 6$ est une identité. L'égalité $2x + 6 = 0$ est une équation d'inconnue x , dont la solution est -3 .

Définition (Statut d'une lettre)

Une lettre peut désigner :

- une **variable**, dont la valeur peut changer ;
- une **inconnue**, que l'on cherche ;
- un **paramètre**, fixé dans une situation mais susceptible de varier d'une situation à l'autre.

Vigilance. Le symbole $=$ affirme une égalité exacte. Pour une valeur approchée, on écrit $\approx$.

5. Installer les automatismes

Propriété (Une routine courte et régulière) Les automatismes entretiennent les acquis de seconde et préparent les questions rapides sans calculatrice. Ils portent notamment sur le calcul mental, les proportions, les expressions simples, les lectures de tableaux ou de graphiques et le choix d'une méthode.

Méthode Avant de calculer, identifier la nature de la tâche : effectuer, comparer, traduire, lire ou justifier. Contrôler ensuite l'ordre de grandeur et la cohérence de l'unité.

RITUEL SANS CALCULATRICE

1. 25 % de 80.
2. $0,4 \times 150$.
3. Réduire $3x + 2x - 4$.
4. Résoudre $2x + 6 = 0$.
5. Lire une valeur dans un tableau ou un graphique.

Le but est d'expliquer ensuite la méthode utilisée, même lorsque la réponse est rapide.

À RETENIR

- $x \in A$ concerne un élément ; $A \subset B$ concerne deux ensembles.
- $A \cap B$ correspond à « et » ; $A \cup B$ correspond au « ou » inclusif.
- Un seul contre-exemple suffit pour réfuter une affirmation générale.
- Une lecture de données doit préciser la grandeur, la valeur, l'unité et le contexte.
- Dans un tableau croisé, les totaux servent de contrôle.
- Une identité est vraie pour toutes les valeurs autorisées ; une équation se résout.
- Les automatismes se travaillent régulièrement et, par défaut, sans calculatrice.

APPLICATIONS IMMÉDIATES

1. Compléter par $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$: $3 \dots \mathbb{N}$, $\{-2; 3\} \dots \mathbb{Z}$, $0, 2 \dots \mathbb{Z}$.
2. Traduire en intervalle : $-2 \leq x < 5$.
3. Avec $A = \{1; 2; 4; 7\}$ et $B = \{2; 3; 7\}$, déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$.
4. Calculer mentalement 15 % de 200.
5. L'affirmation « tout nombre entier est positif » est-elle vraie ? Donner un contre-exemple si nécessaire.
6. Sur le graphique, lire le nombre de commandes en S4 puis décrire l'évolution de S1 à S4.
7. Dans un tableau croisé, une ligne totalise 6 individus : 4 vérifient le second critère. Combien ne le vérifient pas ?
8. Réduire $7x - 3 + 2x + 5$.
9. Dire si $3(x + 2) = 3x + 6$ est une identité ou une équation.
10. Résoudre $5x - 15 = 0$.

⇒ Poursuis avec le TD N01 pour t'entraîner.