

Ressource R1.05 : Probabilités 1

Travaux dirigés : séance 5

D'après un document de Chloé Friguet, Cédric Frambourg et Benjamin Dufée

Exercice 1 : Lors d'un cours d'anglais, chaque étudiant doit présenter un exposé devant la classe composée de 28 étudiants, et ce dans un ordre aléatoire. On note R le rang de votre passage.

- 1) Vérifier que R suit une loi uniforme, et préciser son domaine de valeurs.
- 2) Donner l'espérance mathématique et la variance de R .

Exercice 2 : Lors d'un QCM de 10 questions, un étudiant répond au hasard. Il y a, pour chaque question, 4 réponses possibles, dont une seule correcte. On note X le nombre de bonnes réponses données par l'étudiant.

- 1) Donner la loi de X et ses paramètres.
- 2) Calculer la probabilité qu'il y ait :
 - a) un résultat parfait.
 - b) plus (strictement) de bonnes réponses que de mauvaises.
 - c) au moins une bonne réponse.

Exercice 3 : Une ville possède 5 boulangeries. La boulangerie 1 a un employé, la boulangerie 2 a deux employés, etc. L'expérience aléatoire consiste à choisir au hasard une boulangerie de la ville, puis à choisir au hasard un employé dans la boulangerie choisie. On note X le numéro de la boulangerie et Y le numéro de l'employé choisi.

- 1) Quelle est la loi de X ?
- 2) Déterminer $\mathbb{P}(Y = j | X = i)$, pour $i; j = 1; \dots; 5$.
- 3) Déterminer la loi de Y .

Exercice 4 : On sait qu'il y a 15% de gauchers dans la population. On interroge 10 personnes au hasard dans la rue, et on note X le nombre de gauchers.

- 1) Déterminer la loi de X et calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X
- 2) Calculer la probabilité qu'il y ait :
 - a) exactement 2 gauchers.
 - b) exactement 8 gauchers.
 - c) moins de 2 gauchers.

On note Y le nombre de droitiers.

- 3) Donner la loi de Y et ses paramètres
- 4) Si on interroge 15 personnes, quelle est la probabilité qu'il y ait :
 - a) exactement 10 droitiers.
 - b) exactement 8 droitiers.
 - c) plus de 10 droitiers.

Exercice 5 : Dans une promo de BUT SD de 100 étudiants, il y a 43 filles. On choisit pour un projet tutoré de constituer au hasard un groupe de 25 étudiants. On note Y le nombre de filles du groupe.

- 1) Déterminer la loi de Y et calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de Y .
- 2) Calculer la probabilité que :
 - a) le groupe comporte exactement 10 filles
 - b) le groupe comporte exactement 8 filles

Exercice 6 : Vous essayez, tard dans la nuit, dans l'obscurité, un jeudi soir par exemple, d'ouvrir une serrure au moyen d'un trousseau de $n = 5$ clefs, sans porter attention à chaque clef essayée. Une seule des 5 clefs ouvre votre porte. On note X le nombre d'essais nécessaires avant l'ouverture de la porte.

- 1) Donner la loi de X avec son paramètre et son domaine de valeurs. Donner son espérance et sa variance.
- 2) Calculer la probabilité d'utiliser la bonne clé au 1^{er} essai.
- 3) Calculer la probabilité d'utiliser la bonne clé au 3^{ème} essai.
- 4) Calculer la probabilité d'utiliser la bonne clé au 8^{ème} essai.
- 5) Calculer la probabilité d'utiliser la bonne clé en moins (strictement) de 3 essais.

Exercice 7 : Sur la voie express Vannes-Lorient, il y a en moyenne 1,8 accidents par semaine. On note Y le nombre d'accidents sur une période d'une semaine. On admet que Y suit une loi de Poisson.

- 1) Donner le paramètre de Y .
- 2) Au cours d'une semaine, il y a 4 accidents. Quelle est la probabilité d'un tel événement ?
- 3) Donner la probabilité qu'il y ait au plus 2 accidents dans une semaine.
- 4) Donner la probabilité qu'il se passe 2 semaines consécutives sans accident.

Exercice 8 : On tire au hasard, et sans remise, 5 cartes dans un jeu de 32 cartes. On note Z le nombre de rois.

- 1) Déterminer la loi de Z et calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de Z .
- 2) Calculer la probabilité que :
 - a) il n'y ait pas de roi tiré.
 - b) il y ait exactement un roi tiré.
 - c) il y ait au moins un roi tiré.